62%%183*

שם הסטודנט/ית: ______________________

מספר תעודת זהות: ______________________

בוחן אמצע בחישוביות 8.5.2006

- ענו על 10 מתוך 11 השאלות (10 נק' על כל שאלה) או על כל 11 השאלות (9 נק' על כל שאלה + 1 נקודה בונוס).
- סמנו את תשובותיכם בטבלה שבעמוד זה. (רק הטבלה תילקח לבדיקה.)
- הקיפו בעיגול את מספר השאלה שבחרתם לא לענות עליה (אם יש כזו).

	i	ii	iii	iv
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				

1) שפה רגולרית L נקראת ***יחידת-מצב*** אם קיים אוטומט סופי דטרמיניסטי A בעל מצב מקבל יחיד, כך ש- $L(A)=L$.

i) כל שפה רגולרית היא יחידת-מצב.
ii) כל שפה רגולרית היא איחוד סופי של שפות יחידות-מצב.
iii) יש שפות רגולריות שאינן איחוד סופי של שפות יחידות-מצב, אך כל שפה רגולרית היא איחוד אינסופי של שפות יחידות-מצב.
iv) אף אחת מהתשובות לעיל אינה נכונה.

2) איזו מהטענות הבאות מהוה הוכחה לכך ששפה L היא חסרת הקשר?

i) L היא המשלים של איחוד של שתי שפות חסרות הקשר.
ii) L חלקית לשפה חסרת הקשר.
iii) L היא חיתוך של שפה חסרת הקשר ושפה סופית.
iv) L לא מקיימת את למת הניפוח לשפות רגולריות.

3) נתון א"ב Σ ופונקציה $f:\Sigma\rightarrow\Sigma$.
עבור מילה w, נגדיר את המילה $f(w)$ כמילה המתקבלת מהפעלת f על אותיות w.
עבור שפה L, נגדיר את $f(L)$ כשפה המתקבלת מהפעלת f על המלים ב- L.
לפניכם שתי טענות:
a) לכל א"ב Σ, פונקציה $f:\Sigma\rightarrow\Sigma$ ושפה L, אם L רגולרית אז $f(L)$ רגולרית.
b) לכל א"ב Σ, פונקציה $f:\Sigma\rightarrow\Sigma$ ושפה L, אם $f(L)$ רגולרית אז L רגולרית.

i) שתי הטענות נכונות.
ii) טענה a נכונה, וטענה b אינה נכונה.
iii) טענה a אינה נכונה, וטענה b נכונה.
iv) שתי הטענות אינן נכונות.

4) תהי L שפה אינסופית, ויהי A DFA בעל n מצבים עבור L.
נתונה מילה $w\in L$ כך ש- $|w|>n$.

i) יש ל- w רישא (שונה מ- w) ב- L.
ii) יש ל- w סיפא (שונה מ- w) ב- L.
iii) קיים $y\neq\varepsilon$ כך ש- $w\cdot y\in L$.
iv) אף אחת מהתשובות לעיל אינה נכונה.

5) נתון NFA A מעל $\Sigma = \{a,b\}$. נגדיר PDA A' הפועל כמו A ובנוסף משתמש במחסנית כך:
בכל מעבר שבו נקראת האות a, A' דוחף a למחסנית.
בכל מעבר שבו נקראת האות b, אם המחסנית ריקה, A' דוחה. אחרת, A' מוציא a מהמחסנית.
בסוף קריאת המילה, A' מקבל אמ"מ הוא במצב מקבל.

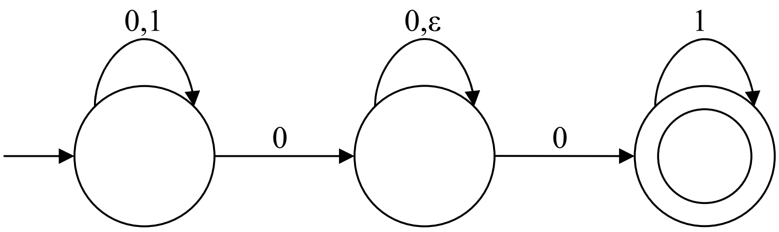
i) $L(A') = L(A) \bigcap \{w : \#a < \#b$ בכל רישא של $w\}$.
ii) $L(A') = L(A) \bigcap \{w : \#a \geq \#b$ בכל רישא של $w\}$.
iii) $L(A') = L(A) \bigcap \{w : \#a < \#b$ בכל סיפא של $w\}$.
iv) $L(A') = L(A) \bigcap \{w : \#a \geq \#b$ בכל סיפא של $w\}$.

6) תהי L שפת כל המילים מעל $\Sigma = \{a,b\}$ שבהן $\#a = 2\#b$.

i) L אינה חסרת הקשר, כי בהינתן קבוע ניפוח p, המילה $a^p b^p a^p$ שייכת ל- L, ומהוה דוגמה נגדית לקיום למת הניפוח.
ii) L חסרת הקשר, והדקדוק שיוצר אותה הוא
S → SaSaSbS | SaSbSaS | SbSaSaS | ε.
iii) L אינה חסרת הקשר כי $\{a^n b^n a^n : n \geq 0\} = L \bigcap a^* b^* a^*$.
iv) אף אחת מהתשובות לעיל אינה נכונה.

7) תהי L שפה רגולרית ותהי L' שפת כל המילים $w \in L$ שעבורן <u>לא קיים</u> פירוק מהצורה $w = xyz$ כך ש- $|y| > 0$ ומתקיים $xy^i z \in L$ לכל $i \geq 0$.
i) L' בהכרח ריקה.
ii) L' בהכרח רגולרית, אך לא בהכרח ריקה.
iii) L' לא בהכרח רגולרית.
iv) L' בהכרח לא רגולרית.

8) איזה ביטוי רגולרי מתאר את השפה של האוטומט הבא:



i) $(0+1)^*\ 00^*0(0+1)^*$
ii) $(0^*+1^*)^*\ 00(0^*+1^*)1^*$
iii) $(0+1)^*00(0^*+1^*)$
iv) $(0^*+1^*)\ 000^*1^*$

9) עבור שפות $L_1,L_2 \in \Sigma^*$ נגדיר את השפה $wrap(L_1,L_2)=\{ xyz \in \Sigma^* \mid xz \in L_1, y \in L_2\}$.

עבור מחלקת שפות C נאמר כי C **שומרת עיטוף** אם עבור כל $L_1,L_2 \in C$ גם $wrap(L_1,L_2) \in C$.

לפניכם שתי טענות:

a) מחלקת השפות הרגולריות שומרת עיטוף.
b) מחלקת השפות חסרות ההקשר שומרת עיטוף.

i) שתי הטענות נכונות.
ii) טענה a נכונה, וטענה b אינה נכונה.
iii) טענה a אינה נכונה, וטענה b נכונה.
iv) שתי הטענות אינן נכונות.

10) יהי $C = \{ L_1,\ldots, L_n \}$ אוסף סופי של שפות רגולריות מעל א"ב Σ. נניח כי מספר מחלקות השקילות על פי מייהיל-נרוד (Myhill-Nerode) של כל אחת מהשפות באוסף הוא k.
עבור $m\geq 1$ נסמן ב L^m את השפה $L^m = \{ w \in \Sigma^* \mid$ w שייכת לבדיוק m שפות מתוך C$\}$.

מהו החסם המינימלי שניתן לתת על מספר מחלקות השקילות על פי מייהיל-נרוד (Myhill-Nerode) של השפה L_m ?

i) $km+2^n$.
ii) $k2^m$.
iii) k^n.
iv) ∞.

11) דקדוק חסר הקשר הוא **בצורה נורמלית של חד משתנה מזדנב** אם בכל כלל גזירה בצד ימין (כלומר בצד הנגזר) יש לכל היותר משתנה אחד, ואם יש משתנה הוא מופיע אחרון.
לדוגמא, הכלל $S\rightarrow abcX$ עשוי להופיע בדקדוק הנמצא בצורה נורמלית של חד משתנה מזדנב אך לא כך לגבי הכללים $S\rightarrow abXc$ או $S\rightarrow XY$.
בהנתן דקדוק חסר הקשר ובו n כללי גזירה נרצה למצוא דקדוק שקול בצורה נורמלית של חד משתנה מזדנב ובו מספר כללי גזירה מינימלי. מהו סדר הגודל של המספר המינימלי של כללי גזירה הדרושים?

i) $O(n)$.
ii) $Poly(n)$ כלומר קיים $k\geq 1$ עבורו יספיקו $O(n^k)$ כללי גזירה.
iii) $2^{O(n)}$.
iv) כלל לא ניתן למצוא לכל דקדוק חסר הקשר דקדוק שקול בצורה נורמלית של חד משתנה מזדנב.