

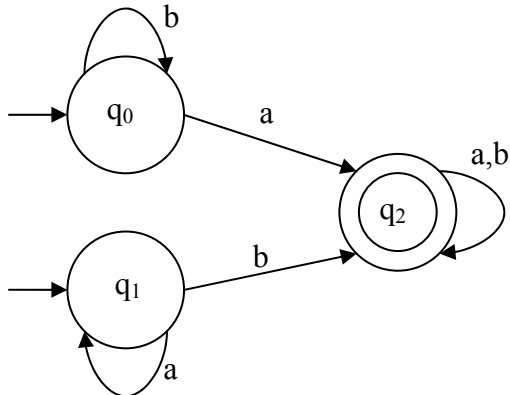
## מבחן בחישוביות תשס"ו מועד א'

מספר תעודת זהות

--	--	--	--	--	--	--	--	--

לא לבדוק שאלה מספר 1 2 3 4 5 6

1. בשאלה זו נגדיר אוטומט מסוג חדש – אוטומט כולל. לאוטומט כולל  $A$  מבנה זהה לאוטומט אי-דטרמיניסטי. כלומר,  $A = \langle Q, \Sigma, Q_0, \delta, F \rangle$  ו- $\delta: Q \times \Sigma \rightarrow 2^Q$ . השפה של אוטומט כולל מכילה בדיוק את כל המילים  $w$  כך שכל הריצות של  $A$  על  $w$  הן מקבלות.



נתבונן באוטומט הכולל  $A$  הבא:

שימו לב ש- $bbb \notin L(A)$  (הריצה  $q_1q_2q_2q_2$  של  $A$  על  $w$  מקבלת, אבל הריצה  $q_0q_0q_0q_0$  דוחה).

א. מהי  $L(A)$ ? אין צורך להוכיח.  
ניתן לכתוב תיאור מילולי או ביטוי רגולרי המתאר את השפה.

ב. הוכיחו או הפריכו:  
לכל שפה  $L \subseteq \Sigma^*$  מתקיים:  $L$  רגולרית אם ורק אם  $L$  ניתנת לזיהוי על ידי אוטומט כולל.

2. עבור שפה  $L \subseteq \{0,1\}^*$  ושתי שפות  $L_0, L_1 \subseteq \Sigma^*$  מעל א"ב  $\Sigma$  כלשהו, השפה  $SELECT(L_0, L_1, L)$  מכילה בדיוק את כל המילים  $w \in \Sigma^*$  כך שיש ב- $L$  מילה  $b_1 b_2 \dots b_k$  באורך  $0 \leq k$  וניתן לחלק את  $w$  ל- $k$  מילים  $w = w_1 w_2 \dots w_k$ , כך שלכל  $1 \leq i \leq k$  מתקיים  $w_i \in L_{b_i}$ .

לדוגמה, עבור  $L = 01^*0$ , ו- $L_1 = \{a^n b^n : n \geq 0\}$ ,  $L_0 = (bb)^*$  מעל  $\Sigma = \{a, b\}$ , המילה  $w = bbaabbbbbbb$  שייכת ל- $SELECT(L_0, L_1, L)$  כי  $010 \in L$  ו- $w = w_1 w_2 w_3$  עבור  $w_1 = bb \in L_0$ ,  $w_2 = aabb \in L_1$  ו- $w_3 = bbbb \in L_0$ .

הוכיחו או הפריכו:  
לכל  $L, L_0, L_1, \Sigma$ , אם  $L, L_0$  ו- $L_1$  חסרות הקשר אז גם  $SELECT(L_0, L_1, L)$  חסרת הקשר.



3. עבור קבוצה סופית של שפות  $C = \{L_1, L_2, L_3, \dots, L_n\}$ , נגדיר  $L_C = \{\langle M \rangle : L(M) \in C\}$ . קבעו אם הטענות הבאות נכונות ונמקו קביעתכם.

א. אם כל השפות ב- $C$  כריעות אז גם  $L_C$  כריעה.

ב. אם  $C \neq \Sigma^*$  אז  $L_C$  ניתנת לזיהוי.

ג. קיימת שפה  $L \subseteq \Sigma^*$  כך שאם  $C = \{L\}$  אז  $L_C$  אינה ניתנת לזיהוי.

4. עבור כל אחת מהטענות הבאות קבעו אם היא נכונה/לא נכונה/לא ידוע בשלב זה, ונמקו.

א. קיימת שפה  $L \in R$  כך ש- $\bar{L} \notin R$ .

ב. קיימת שפה  $L \in RE$  כך ש- $\bar{L} \notin RE$ .

ג. קיימת שפה  $L \in PSPACE$  כך ש- $L \leq_p 3SAT$ .

ד. קיימת שפה  $L \in NL$  כך ש- $L \notin P$ .

ה. קיימת שפה  $L \in P$  כך ש- $L \notin coNP$ .

ו. קיימת שפה ב- $PSPACE$  שאינה  $PSPACE$ -שלמה.

5. בגרף מכוון  $G = \langle V, E \rangle$ , קבוצת קדקדים  $D \subseteq V$  נקראת **קבוצה שולטת** בגרף אם לכל

קדקד  $v \in V$  מתקיים לפחות אחד מהבאים:

(i)  $v \in D$

(ii) קיים קדקד  $u \in D$  כך ש-  $(u, v) \in E$  (כלומר, יש צלע מ-  $u$  ל-  $v$ ).

נגדיר  $G$  גרף מכוון עם קבוצה שולטת בגודל לכל היותר  $k$   $DOM = \{ \langle G, k \rangle : k$

הוכיחו כי  $DOM$   $NP$ -שלמה.

6. נגדיר:

$$E_{NFA} = \{\langle A \rangle : A \text{ הוא } NFA \text{ ו- } L(A) \text{ ריקה}\}$$

$$E_{DFA} = \{\langle A \rangle : A \text{ הוא } DFA \text{ ו- } L(A) \text{ ריקה}\}$$

$$ALL_{NFA} = \{\langle A \rangle : L(A) = \Sigma^*\}$$

עבור כל אחת מהטענות הבאות קבעו אם היא נכונה/לא נכונה/לא ידוע בשלב זה, ונמקו.  
במקרה שמצב נכונות הטענה לא ידוע, פרטו את ההשלכות של נכונות הטענה על תורת החישוביות.

$$E_{NFA} \leq_P E_{DFA} \text{ .א.}$$

$$ALL_{NFA} \leq_L E_{NFA} \text{ .ב.}$$