*75%%483

שם הסטודנט/ית: ______________________

מספר תעודת זהות: ______________________

בוחן אמצע בחישוביות 8.5.2006

- ענו על 10 מתוך 11 השאלות (10 נק' על כל שאלה) או על כל 11 השאלות (9 נק' על כל שאלה + 1 נקודה בונוס).
- סמנו את תשובותיכם בטבלה שבעמוד זה. (רק הטבלה תילקח לבדיקה.)
- הקיפו בעיגול את מספר השאלה שבחרתם לא לענות עליה (אם יש כזו).

	i	ii	iii	iv
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				

1) תהי L שפת כל המילים מעל $\Sigma=\{0,1\}$ שבהן $\#0 \geq 2(\#1)$.

i) L אינה חסרת הקשר, כי בהינתן קבוע ניפוח p, המילה $0^p1^p0^p$ שייכת ל-L, ומהוה דוגמה נגדית לקיום למת הניפוח.

ii) L חסרת הקשר, והדקדוק שיוצר אותה הוא

$S \to S0S0S1S \mid S0S1S0S \mid S1S0S0S \mid S0 \mid \varepsilon$.

iii) L אינה חסרת הקשר כי $L \bigcap 0^*1^*0^* = \{0^n1^n0^n : n \geq 0\}$.

iv) אף אחת מהתשובות לעיל אינה נכונה.

2) נתון א"ב Σ ופונקציה $g:\Sigma \to \Sigma$. עבור מילה w, נגדיר את המילה $g(w)$ כמילה המתקבלת מהפעלת g על אותיות w. עבור שפה L, נגדיר את $g(L)$ כשפה המתקבלת מהפעלת g על המלים ב-L.

לפניכם שתי טענות:

a) לכל א"ב Σ, פונקציה $g:\Sigma \to \Sigma$ ושפה L, אם L רגולרית אז $g(L)$ רגולרית.

b) לכל א"ב Σ, פונקציה $g:\Sigma \to \Sigma$ ושפה L, אם $g(L)$ רגולרית אז L רגולרית.

i) שתי הטענות נכונות.

ii) טענה a נכונה, וטענה b אינה נכונה.

iii) טענה a אינה נכונה, וטענה b נכונה.

iv) שתי הטענות אינן נכונות.

3) יהי A DFA בעל n מצבים.

נתונה מילה $w \in L(A)$ כך ש-$|w| > n$.

i) יש ל-w רישא (שונה מ-w) המתקבלת ע"י A.

ii) יש ל-w סיפא (שונה מ-w) המתקבלת ע"י A.

iii) קיים $y \neq \varepsilon$ כך ש-$w \cdot y$ בשפה של A.

iv) אף אחת מהתשובות לעיל אינה נכונה.

4) נתון NFA A מעל $\Sigma=\{0,1\}$. נגדיר PDA A' הפועל כמו A ובנוסף משתמש במחסנית כך:

בכל מעבר שבו נקראת האות 1, A' דוחף 1 למחסנית.

בכל מעבר שבו נקראת האות 0, אם המחסנית ריקה, A' דוחה. אחרת, A' מוציא 1 מהמחסנית.

בסוף קריאת המילה, A' מקבל אמ"מ הוא במצב מקבל.

i) $L(A') = L(A) \bigcap \{w :$ בכל רישא של w, $\#1 < \#0\}$.

ii) $L(A') = L(A) \bigcap \{w :$ בכל רישא של w, $\#1 \geq \#0\}$.

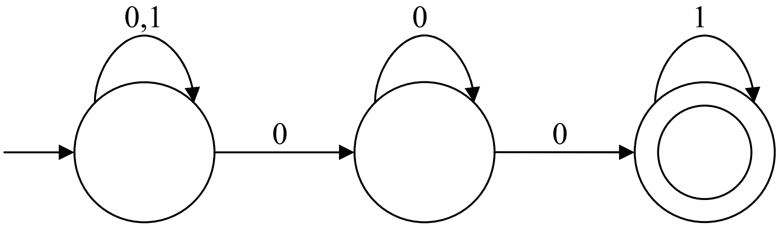
iii) $L(A') = L(A) \bigcap \{w :$ בכל סיפא של w, $\#1 < \#0\}$.

iv) $L(A') = L(A) \bigcap \{w :$ בכל סיפא של w, $\#1 \geq \#0\}$.

5) תהי L שפה רגולרית ותהי L' שפת כל המילים $w \in L$ שעבורן <u>לא קיים</u> פירוק מהצורה $w = xyz$ כך ש- $|y| > 0$ ומתקיים $xy^iz \in L$ לכל $i \geq 0$.

i) L' בהכרח ריקה.
ii) L' בהכרח רגולרית, אך לא בהכרח ריקה.
iii) L' לא בהכרח רגולרית.
iv) L' בהכרח לא רגולרית.

6) איזה ביטוי רגולרי מתאר את השפה של האוטומט הבא:



i) $(0+1)^* 00^*0(0+1)^*$
ii) $(0^*+1^*)\,000^*1^*$
iii) $(0+1)^*00(0^*+1^*)$
iv) $(0^*+1^*)^*\,00(0^*+1^*)1^*$

7) עבור שפות $L_1,L_2 \subseteq \Sigma^*$ נגדיר את השפה $\text{inside}(L_1,L_2)=\{ xyz \in \Sigma^* \mid y \in L_1, xz \in L_2 \}$.

עבור מחלקת שפות C נאמר כי C **שומרת הפנמה** אם עבור כל $L_1,L_2 \in C$ $\text{inside}(L_1,L_2) \in C$.

לפניכם שתי טענות:
a) מחלקת השפות הרגולריות שומרת הפנמה.
b) מחלקת השפות חסרות ההקשר שומרת הפנמה.

i) שתי הטענות נכונות.
ii) טענה a נכונה, וטענה b אינה נכונה.
iii) טענה a אינה נכונה, וטענה b נכונה.
iv) שתי הטענות אינן נכונות.

8) יהי $C = \{ L_1,\ldots, L_m \}$ אוסף סופי של שפות רגולריות מעל א"ב Σ. נניח כי מספר מחלקות השקילות על פי מייהיל-נרוד (Myhill-Nerode) של כל אחת מהשפות באוסף הוא n.
עבור $k \geq 1$ נסמן ב L^k את השפה $L^k = \{ w \in \Sigma^* \mid$ w שייכת לבדיוק k שפות מתוך C $\}$.

מהו החסם המינימלי שניתן לתת על מספר מחלקות השקילות על פי מייהיל-נרוד (Myhill-Nerode) של השפה L^k ?

i) $nk+2^m$.
ii) $n2^k$.
iii) n^m.
iv) ∞.

9) דקדוק חסר הקשר הוא **בצורה נורמלית של חד משתנה אחורי** אם בכל כלל גזירה בצד ימין (כלומר בצד הנגזר) יש לכל היותר משתנה אחד, ואם יש משתנה הוא מופיע אחרון.
לדוגמא, הכלל $S \rightarrow abcX$ עשוי להופיע בדקדוק הנמצא בצורה נורמלית של חד משתנה אחורי אך לא כך לגבי הכללים $S \rightarrow abXc$ או $S \rightarrow XY$.
בהנתן דקדוק חסר הקשר ובו n כללי גזירה נרצה למצוא דקדוק שקול בצורה נורמלית של חד משתנה אחורי ובו מספר כללי גזירה מינימלי. מהו סדר הגודל של המספר המינימלי של כללי גזירה הדרושים?

i) $O(n)$.
ii) $Poly(n)$ כלומר קיים $k \geq 1$ עבורו יספיקו $O(n^k)$ כללי גזירה.
iii) $2^{O(n)}$.
iv) כלל לא ניתן למצוא לכל דקדוק חסר הקשר דקדוק שקול בצורה נורמלית של חד משתנה אחורי.

10) שפה רגולרית L נקראת ***שפת מטרה*** אם קיים אוטומט סופי דטרמיניסטי A בעל מצב מקבל יחיד, כך ש- $L(A) = L$.

i) כל שפה רגולרית היא שפת מטרה.
ii) כל שפה רגולרית היא איחוד סופי של שפות מטרה.
iii) יש שפות רגולריות שאינן איחוד סופי של שפות מטרה, אך כל שפה רגולרית היא איחוד אינסופי של שפות מטרה.
iv) אף אחת מהתשובות לעיל אינה נכונה.

11) איזו מהטענות הבאות מהוה הוכחה לכך ששפה L היא רגולרית?

i) L היא המשלים של איחוד של שתי שפות חסרות הקשר.
ii) L חלקית לשפה רגולרית.
iii) L היא חיתוך של שפה חסרת הקשר ושפה סופית.
iv) L מקיימת את למת הניפוח לשפות רגולריות.