

מבחן בחישוביות, סמסטר ב', מועד א', תשס"ד

תאריך הבחינה: 28.6.04

הנחיות כלליות:

1. כיתבו כאן _____ את מספר תעודת הזהות שלכם.

2. בבחינה 6 שאלות, ענו על 5 מתוכן. ערך כל שאלה 20 נקודות. הקיפו בעיגול את 5 השאלות שבחרתם:

שאלה	1	2	3	4	5	6	סה"כ
ציון							

3. ענו בגוף הבחינה, בשטח המוקצה לכל שאלה. מחברת הבחינה לא תילקח ולא תיבדק. במידה והשטח המוקצה אינו מספיק, ודאו שאינכם כותבים דברים מיותרים, ורק אז השתמשו בדפים הריקים בסוף.

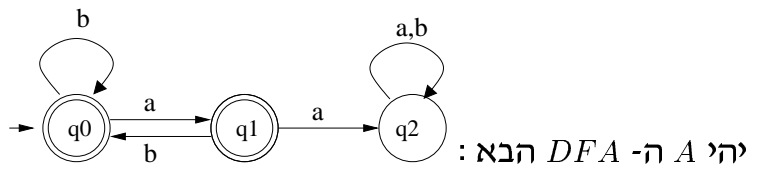
4. בשאלות בהן הנכם מתבקשים לנמק בקצרה, ניתן ורצוי להשתמש בעובדות שנלמדו בהרצאות, תרגולים, ותרגילי הבית. שימו לב שגם נימוק קצר צריך להתייחס לכל הכיוונים הדרושים.

6. משך הבחינה שעהיים וחצי.

בהצלחה!

שאלה מס' 1

חלק א. (10 נקודות)



1. האם $abab \in L(A)$?
2. האם $abbaab \in L(A)$?
3. מהי $L(A)$? נמקו בקצרה.

חלק ב. (10 נקודות)

נתבונן בשפה $L = \{w \in (a + b + c)^* : \#a(w) + \#b(w) = \#c(w)\}$,
 כאשר עבור מילה $w \in \Sigma^*$ ואות $\sigma \in \Sigma$, נסמן ב- $\#_{\sigma}(w)$ את מספר המופעים של האות σ
 במילה w .

1. כתבו דקדוק חסר הקשר עם משתנה יחיד עבור L . מלוא הנקודות ינתנו לדקדוק בעל מספר מינימלי של חוקי גזירה. אין צורך להוכיח את נכונות הדקדוק.
2. האם הדקדוד שהצעתם רב-משמעי (*ambiguous*)? נמקו בקצרה.

שאלה מס' 2

עבור שפות L_1 ו- L_2 נגדיר את השפה

$$glue(L_1, L_2) = \{y_1 \cdot y_2 : |y_1| = |y_2|, y_1 \in L_1, y_2 \in L_2\}$$

א. (6 נקודות) נתון ש- L_1 ו- L_2 רגולריות. האם $glue(L_1, L_2)$ רגולרית? נמקו בקצרה.

ב. (7 נקודות) נתון ש- L_1 ו- L_2 חסרות הקשר. האם $glue(L_1, L_2)$ חסרת הקשר? נמקו בקצרה.

ג. (7 נקודות) נתון ש- L_1 ו- L_2 ב- $coRE$. האם $glue(L_1, L_2) \in coRE$? נמקו בקצרה.

שאלה מס' 3

חלק א. (12 נקודות)

נגדיר מחלקת סיבוכיות חדשה $EXAM$: עבור $L \subseteq \Sigma^*$, $L \in EXAM$ אם קיימת מכונת טיורינג דטרמיניסטית M כך שלכל $w \in \Sigma^*$:

- אם $w \in L$ אז M מגיעה למצב מקבל או לא עוצרת.

- אם $w \notin L$ אז M דוחה.

סמנו מי מהטענות הבאות נכונה. נמקו בקצרה. שימו לב, יש לנמק גם אי נכונות.

1. $EXAM \subseteq RE$

2. $RE \subseteq EXAM$

3. $EXAM \subseteq coRE$

4. $coRE \subseteq EXAM$

5. $EXAM \subseteq R$

חלק ב. (8 נקודות)

הוכיחו או תנו דוגמא נגדית:

$NL \subseteq CFL$, כאשר CFL הוא אוסף כל השפות חסרות ההקשר.

שאלה מס' 4

עבור כל אחת מהשפות הבאות ציינו באיזו מחלקה היא נמצאת מתוך: $coRE \setminus R$, $RE \setminus R$, R או לא ב- $RE \cup coRE$. נמקו בקצרה.

א. (10 נקודות) M_1 ו- M_2 מ"ט דטרמיניסטיות $L(M_1) \subseteq L(M_2)$ $L_1 = \{ \langle M_1, M_2 \rangle : L(M_1) \subseteq L(M_2) \}$.

ב. (10 נקודות) M מ"ט דטרמיניסטית שלא מקבלת מילים באורך גדול מ-100: $L_2 = \{ \langle M \rangle \}$.

שאלה מס' 5

בתאור רדוקציות, נמקו את נכונותן בקצרה.

חלק א. (10 נקודות)

הוכיחו שהשפה הבאה היא NL -שלמה:

$$2PATH = \{ \langle G, s, t \rangle : \text{יש בו לפחות שני מסלולים שונים מ-} s \text{ ל-} t \}$$

חלק ב. (10 נקודות)

הוכיחו שהשפה הבאה היא NP -שלמה:

$$\frac{1}{2}\text{-CLIQUE} = \{ \langle G \rangle : \text{לפחות } \frac{|V|}{2} \text{ קליקה בגודל } \frac{|V|}{2} \}$$

שאלה מס' 6

נתבונן בהשערות הבאות:

$$1. P = NP$$

$$2. P \neq NP$$

$$3. NP = PSPACE$$

$$4. NP \neq PSPACE$$

$$5. NP = coNP$$

$$6. NL \neq P$$

$$7. NP \neq EXPTIME$$

עבור כל אחת מהטענות הבאות ציינו את כל ההשערות לעיל שינבעו מהוספת הטענה לתמונת העולם המוכרת לנו היום. נמקו בקצרה את הגרירות. אין צורך לנמק אי גרירות.

א. (5 נקודות) $SAT \leq_p UNARY-SUBSETSUM$, כאשר

$UNARY-SUBSETSUM = \{a_1, \dots, a_k, 1^t : \sum_{i \in S} a_i = t \text{ כך ש- } S \subseteq \{1, \dots, k\}\}$
(כל המספרים שלמים ואי-שליליים)

ב. (5 נקודות) $\exists TQBF$ היא $PSPACE$ שלמה, כאשר:

$\exists QBF$ הוא אוסף נוסחאות ה- QBF שבהן כל המשתנים מכומתים על ידי הכמת \exists (כלומר, הכמת \forall לא מופיע) ו- ψ היא נוסחת $\exists QBF$ בעלת ערך אמת $true$ $\exists TQBF = \{ \langle \psi \rangle \mid true \}$

ג. (5 נקודות) $\overline{SAT} \leq_{np} SAT$ כאשר:

$\overline{SAT} = \{ \langle \psi \rangle : \psi \text{ השמה מספקת} \}$

ובהינתן שפות L_1 ו- L_2 מעל Σ , היחס $L_1 \leq_{np} L_2$ מוגדר כך:

פונקציה ניתנת לחישוב אי-דטרמיניסטי מ- L_1 ל- L_2 היא $f : \Sigma^* \rightarrow 2^{\Sigma^*}$ כך שלכל $w \in \Sigma^*$ מתקיים ש- $w \in L_1$ אם ורק אם $w' \in f(w)$ כך ש- $w' \in L_2$. במידה וקיימת פונקציה כזו נסמן $L_1 \leq_{np} L_2$.

ד. (5 נקודות) $PATH \leq_p TQBF$

(דפים נוספים)

(דפים נוספים)