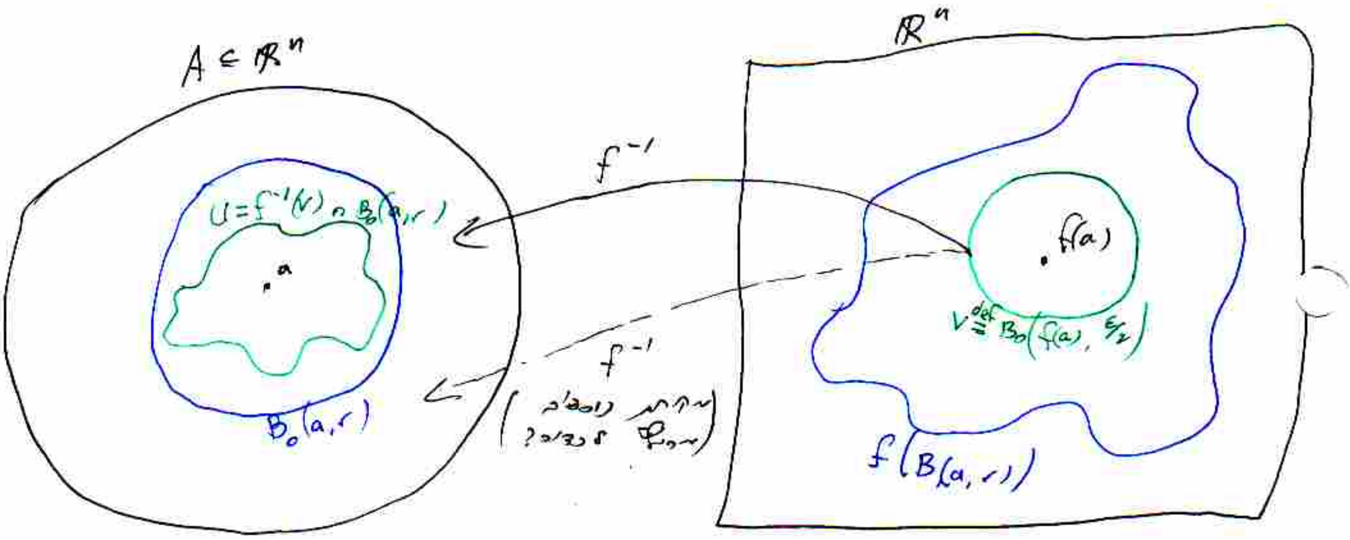
משפט הפונקציה ההפוכה:

א. $J_f(a)\neq 0$, $f\in C^1(A,\mathbb{R}^n)$ ⇐ $D_f(x)$ רציפה ב-a (כלומר, לכל x, בקרוב)

נבחר כדור $B(a,r)$ (גם $D_f(x)$ רציפה)

ב. f חח"ע ב- $B(a,r)$

ג. לכל $x\in B_0(a,r)$, $D_f(x)$ הפיכה.



ד. נוכיח ש- $V=B_0(f(a),\frac{\epsilon}{2})\subseteq f(B_0(a,r))$.

נסמן $U=f^{-1}(V)\cap B_0(a,r)$, ונקבל U,V המקיימות:

f חח"ע מ-U על V

⇐ f^{-1} חח"ע מ-V על U

ה. f^{-1} רציפות ⇐ גורר רציפה.

ו. f^{-1} דיפרנציאבילית (וגם הנגזרת מקיימת ש: $D_{f^{-1}}(y)=\left[D_f(f^{-1}(y))\right]^{-1}$

ז. f^{-1} גזירה ברציפות.

מש"ל.

משפט הפונקציה ההפוכה:

$f\in C^1(A,\mathbb{R}^n)$, $A\subseteq\mathbb{R}^n$

$J_f(a)\neq 0$, $a\in A$

קיימות סביבות $a\in U\subseteq A$
$f(a)\in V\subseteq\mathbb{R}^n$

כך ש- f חח"ע מ-U על V

(כלומר, קיימת פונק' הופכית $f^{-1}:V\to U$)

ומתקיים $f^{-1}\in C^1(V,U)$