

בחינה במשוואות דיפרנציאליות (גיליון 80320) - מועד א' תשס"ו

החומר: יורם לבט, הנחמן: 2.5 שעות, שים קומור צפר איש מתגו!

א. ענה על כל ארבע השאלות (הגאומ (28%)

1. צטט את משפט הקיום והיחידות עבור המשוואה הדיפרנציאלית $y' = f(x, y)$ עם תנאי ההתחלה $y(x_0) = y_0$.

2. צטט את משפט הקיום והיחידות עבור המשוואה הליניארית $y' + p(x)y = q(x)$ על קטע פתוח (α, β) , וכמו כן את הפתרון הכללי. שנה עבור תנאי ההתחלה מהצורה $y(x_0) = y_0$.

3. גזור את הפתרון הכללי (= אינטגרל הפתרונות) של משוואה ליניארית מהצורה $y'' + p(x)y' + q(x)y = g(x)$.
המשוואה סטוקדית (הנחמן) רכיבות על אינפיניטסימל

4. הגדר מהי נקודה סינגולרית, מהי נקודה גיליה ומהי נקודה סינגולרית וגיליה עבור המשוואה $P(x)y'' + Q(x)y' + R(x)y = 0$ כאשר P, Q, R הם פולינומים ב- x .

ב. ענה על שלוש (ורק שלוש!) מארבע השאלות (הגאומ (72%)

1. כתור את פציית הארקה, והתחלה: $y' = \frac{2-e^x}{3+2y}$, $y(0) = 0$.

(יש לקבל ביטוי מפורט ל- y כפונקציה של x)

2. מצא מציא משואה דיפרנציאלית שגפתרון הכללי שלה נתון ע"י
 $C_1 e^{2x} + C_2 e^{-3x}$

3. (ב) מצא משואה דיפרנציאלית שגפתרון הכללי שלה נתון ע"י
 $C_1 e^{2x} \cos x + C_2 e^{2x} \sin x$

(יש להסביר, ככלי מנתקרים, כיצד יוקצים טרמיטלי הנתון הווא
אכן גפתרון הכללי של המשואה.)

3. בעינתן המשואה $8x^3 = \gamma + (x+2)\gamma' - x(x+2)\gamma''$, עבור $x > 0$,
הוא ש - $\gamma_1(x) = x$, $\gamma_2(x) = xe^x$, הם קבוצה יסודית של פתרונות
של המשואה והומוגנית המתאימה ומצא פתרון מסוים בצורה
וורייציה של פרמטרים.

4. נראה שהנקודה $x_0 = 0$ היא נקודה סינגולרית ועל כן של
המשואה $0 = \gamma - \gamma' + x\gamma''$ ובמקרה זה המשואה הי"ל
דיקה פיתוח פשוט מצות סביב $x_0 = 0$ (יש למצוא
שני פתרונות ל"ג לינארית).