

בחינה במבנים אלגבריים 2 (80446)

מועד א' תשס"ח – 13.8.08

משך הבחינה: 2.5 שעות

שם המורה: פרופ' שחר מוזס

ענו על 4 מבין 6 השאלות הבאות.
ציינו בתחילת המחברת על אלו שאלות עניתם.
נא לכתוב בעט (לא אדום) על צידה השמאלי של המחברת, ולא לכתוב בשוליים.

- 1) הראו כי לכל שדה אינסופי החבורה הכפלית שלו אינה ציקלית.
- 2) תהי G חבורה סופית ויהי F שדה. הוכיחו כי אוסף ההומומורפיזמים מ G לחבורה הכפלית של F הוא קבוצה בלתי תלויה ליניארית מעל F במרחב הפונקציות מ G ל F .
3. יהי E שדה הפיצול של $x^5 - 3$ מעל שדה הרציונליים \mathbb{Q} .
(א) חשבו את $[E:\mathbb{Q}]$.
(ב) מצאו איברים a, b ב E שאינם ב \mathbb{Q} כך ש a ניתן לבניה באמצעות סרגל ומחוגה בעוד b אינו ניתן לבניה בעזרת סרגל ומחוגה.
4. הראו כי אוסף השדות החלקיים של F_{6561} (השדה בן 6561 איברים) מהווה שרשרת, כלומר עבור כל שני שדות האחד מכיל את השני. מה בדבר המקרה של F_{64} (השדה בן 64 איברים)?
5. תהי E הרחבת גלואה סופית של F . בניח כי d מחלק את $[E:F]$. האם בהכרח יש שדה ביניים L כך ש $[L:F]$ שווה ל d ?
6. הראו כי השדה $\mathbb{Q}(\sqrt[3]{2})$ אינו מוכל באף שדה ציקלוטומי.

בהצלחה !