

האוניברסיטה העברית בירושלים
החוג למתמטיקה

מבחן במבוא לטופולוגיה (80516)

מועד א' מיוחד תשס"ז (20.7.07)

המורה: פרופ' עמנואל פרג'ון

הזמן: שעתיים

משקל כל שאלה שווה 25 נקודות

א) יש לענות על אחת משתי השאלות הבאות:

1) הוכיח\י כי המרחב $2^{\mathbb{R}}$ עם טופולוגיית המכפלה הומיאומורפי לקבוצת קנטור.

2) נסח\י והוכיח\י את משפט Baire עבור מרחבי האוסדורף קומפקטיים.

ב) יש לנסח ולהוכיח את אחד מהמשפטים הבאים:

3) משפט הרמת הריבוע.

4) הלמה של אוריסון.

ג) יש לענות על-שתיים מבין השאלות הבאות:

5) הוכיח\י כי מרחב המנה \mathbb{R}^2/D^2 הומיאומורפי ל- \mathbb{R}^2 (דיסק היחידה).

6) הוכיח\י שכל מרחב האוסדורף אינסופי מכיל תת מרחב דיסקרטי אינסופי.

7) יהי (X, τ) מרחב האוסדורף קומפקטי. תהי τ' טופולוגיה שונה על X כך ש- $\tau' \subseteq \tau$ הרא\י כי

(X, τ') אינו קומפקטי. לעומת זאת אם τ' טופולוגיה שונה על X כך ש- $\tau' \subseteq \tau$ הרא\י כי (X, τ)

אינו האוסדורף.

8) הגדיר\י מהי העתקת מנה, נסח\י את התכונה האוניברסלית להעתקות מנה והוכיח\י כי המרחב

הבא הומיאומורפי ל- $S^1 \times S^1$ - I^2/\sim כאשר

$$(x, y) \sim (x', y') \iff \begin{cases} (x = x') \wedge (y = y') \\ ((x = x') \wedge (y = 0) \wedge (y' = 1)) \vee ((x = x') \wedge (y = 1) \wedge (y' = 0)) \\ ((y = y') \wedge (x = 0) \wedge (x' = 1)) \vee ((y = y') \wedge (x = 1) \wedge (x' = 0)) \end{cases}$$

בהצלחה!