

28.02.07  
היסטוריה  
ופילוסופיה

ההבדל  
במסמך  
ה'!

ציאתה:

- יש תמונה של ילדים שמתחילים על הדרם אמורים ומוחנים את ההתנהגות שלהם
- תמונה של אינרפאים "אפותיים" מוחנים למט אפריקאי.
- תמונה של אמאטיקאים ושלבים אחדים כשפתאום נכנס שרר או ילד או משלהו כזה.



הוא - יש איזה קריטריון אובייקטיבי שמשייך את המקרה השלישי. לאותה מהשניים הקבוצתיים? בשביל אתר קריטריון כזה צריך לתת הגדרה אובייקטיבית של פליון ונחיתות. למשל קריטריון כזה יוכל להיות "הכנות אתה יונה לחיות". אבל הקריטריון הזה לא תקף במקרה של השבטים. המוצה חושב שהקריטריון האובייקטיבי הוא רפלקציה אם אתה שם חושב על מה שאתה עושה ולא סתם עושה ואיך אתה עושה שזה מה שאתה רוצה. כריס שאתה חושב על מה שאתה עושה אתה יוכל לבסות על מי שלא מקין מה שאתה עושה אמאטה.

רובנו מוחנים אתמטיקה והרפלקציה היא מאוד מקובלת. באר המטה של הקורס הזה! אותנו נשון בנושא המתמטיקה אבל מיני צדדים.

מה זה מתמטיקה? אתה מהדרכים המקובלות להגדיר זה הסקת מסקנות למיור ממערכת אקסיומות. אבל יש גם זה הדיאלוג. הדיאלוג עם אקסיומות התפתח אמל פורמליזם המאה שנים האחרונות. אבל גם לפני כן

חסקו במתמטיקה - גסינים, אובליטים, ודוד, וזה  
היה לפני מאה שנים. תולדות המסחר הם המתמטיקאים  
שממש דוסקים באקסיומות ומה לא כל התחומים הם  
אקסיומטיים ואין אצל אחד העיה עם לה.

- הפערה הקלאסית היא שלה מדע שנות במספרים  
ובצורה, אבל כיום זה רחב לא נסון. האחרון שטען  
אז זה היה קולמונוב אבל הוא אמר אז זה בלתי  
שהוא היה רמי ומאדקס אמר אז זה :

אז חייבים להאמין בהם שהוא אמר (C)

- אחר מהשור מתמטיקה זה פיתוח מה וזה אופיו  
שגור המלה הזרה אבל לא ותלה עליה הגדרה  
וי יש עוד דברים לפתח - עמל האמנול

המכנה אחר זה דעתו: מתמטיקה זה משור שניתן  
לספר בו האמצע של מדינות שניתן להגדיר  
אותם. זה חיסוק וניתוח של דברים שניתן להגדיר  
בצורה מדויקת. עמל מספרים ודבורה זה משור  
שמאז טבעי להגדיר בצורה מדויקת את בצורה  
מסורתית הם מקבלים מתמטיקה.

ואם המתמטיקה חזרה מאז חזק לפיסקה כי יש  
החון אספקטים הפיסקה שמאמים עליה המתמטיקה

המאה ה-20 היו <sup>כמה</sup> ישרו שונה מתמטיקה.

(1) המתמטיקה היוותה של לוגיקה - לא דבר לפיסקה  
מסוגל - מטען. כיום הלוגיקה היא חלק מתמטיקה.

(2) אינטואיציוניזם (בראור) - מתמטיקה זו פעולה מאז  
חשובה של החשיבה האנושית ובזכותה אנחנו יכולים  
לפלוט דברים כמו למן, מרחב וכו'. הוא אמר שלא

שאנוני ידעונו ספ"ה או אפשר להכניס למתמטיקה דיון  
בדברים אינסופיים. אמר לא בעיה כי חלק גדול מאינפי  
מדבר על האינסוף. נדשו ניסיונות לקבל ארצה להגדירה  
אם זה לא עבד, אז זהו זכרה הלאה כמו מקובל כ"פ.

אפשר לראות מתמטיקה חלפה, אפשר לראות מתמטיקה  
כאמורה, אפשר לראות את זה כמדע, אפשר לראות  
את זה כחריש ופשוט לראות את זה כמשיק.  
זה מה ששם את המתמטיקה מחנכ התרבות האינדיבי  
כי אפשר לגשר עליה ממשהל הכיוונים.  
ומה זה האחרת? גוף יש זיכרון שקטנים לזה  
את מהטענה בהיסטוריה של המתמטיקה הייתה שמתמטיקה  
היא ~~ל~~ תנאי הכרחי לחשיבה על פיזיקה. מדע שני יש  
ים דבור מנידור לתלמיד.

מתמטיקה מודרנית התחילה מדיקארט. הוא החזיק את האלמנטר  
בנספה לספר שלו בפילוסופיה. הוא רצה להגיע לאחרת.  
הוא אמר שיש המון דבור שונים ואי אפשר לדבר מה  
נמן. אז הוא רצה להאמץ משהו שאין בו שום ספק  
ונגה האחר האנליטיקה ואז אפשר להגיע לאחרת.  
הדבר הזה לפי מהאמץ הוא הוא המתמטיקה.

דוד רמון, בשביל להגידו לאחרת צריך להגיד זאת. ובשביל  
להגיד זאת צריך לשים מספרים לזה המתמטיקה.  
(Nicholas of Cusa)

רב סולוביצ'יק מכסה את כל הרעיונות האלה. הוא מקשר את  
המתמטיקה לאחרת דווקא בהקשר שלעל. יש הנהגה לא

אפויטר במה שמוט אחר. הוא רואה במתמטיקה כפרטימיוטי  
ואז הם פוקטים ביופוי של הטבע. העיסוק במתמטיקה מנתק  
אז האזה "מחלום הדברים המוחלים".

המתמטיקה - תקדור מכא שמעלים מהן

נושא אחד שיטה. לאורך ההיסטוריה הייתה  
מקומה נקודת המכא של נושא אלה מה שמאפיין  
מתמטיקה זה דווקא שיטה. ארוב האנשים חלובה  
השיטה של חשיבה מסודרת ואפי הנושא, בעיקר עם  
התפתחה המתלבים. לחיילים לרקלה איוש  
קצרה מסודרת (ישבעיה גפולה מאונד אלה רוב האנשים  
הוא להעביר רעיונות אינטואיטיביים לטעם פורמלי.  
המתמטיקאים לוסקים בנושא כי בשכלם השיטה היא  
מומנה מליו, ברורה, יש להם נטייה לזה ולב העצ  
בן המקצוענים לרקלה היתה).

האם המתמטיקה זו המצאו או תולדות?  
יש דעה קיצונית לבן ולבן. יש מתמטיקאים אחרים  
שסודנים שזא תולדות ויש להם להפק. המסקנה  
היא שזה בעל עמו רלונטי, שהיה בשלמי הדעות  
אחרים לאור תוצאות מתמטיות.

מתמטיקה היא חלק מהפסיכולוגיה שלנו או שמתמטיקה  
כופה אנו מדיאור פליונה שלנו או שאפשר לערב  
אז הלטיים וטעון שמתמטיקה זה משהו אנטיקטיבי  
שאנחנו מוציאים מהחלום.

סבור למה צסק מתמטיקה

- פורמטיקה (השמו פסיקה) -
- אסתטיקה
- גמי לפיתוח החשיבה המסודרת
- אינן - אינן תבונה לה כמו אינן אינן
- תיאור הטבע - > למה אין את העולם האינטואיטיבי
- אסתטיקה - למה, למה, למה האינטואיטיבי למה
- אי שם קטר למה המציאות
- מדע בכלל ומתמטיקה בפרט נותנים מטאפורה ואנחנו
- קולטים את העולם בעזרת מטאפורה. למה את
- האינטואיטיביות אנחנו קולטים באמצעות האינטליגנציה
- מטאפורה מטאפורה תלויה ומתחכמת למה למה למה
- למה למה למה למה למה - בהתחלה התאים של עור
- יונקים להתפתח למה למה למה למה למה
- עובדים דיפונדציאציה וכבר אי אפשר לישנה את תפקידם
- ככה אפשר לתשוב על האדם. כל האנשים הולכים
- כל האדם למה להתפתח למה למה למה למה
- ולמד למה, סופה תבונה וכו'. למה מטאפורה מתחום
- הביולוגיה שמכילים למה החיים שלנו
- את המתמטיקה. מטאפורה מטאפורה למה למה למה
- נבחרת למה למה למה

כמה מילים על חכמה הקורס

- זה קורס שהוא בזמן של דו-שליח.  
→ בכל שיחור ינתנו לך שלושה נושאים למחקר  
והשיחור הבא יפתח בדיון.  
מי שלא רוצה לדבר יוכל להדפיס את התשובה  
(כמה שרוצה).

- הדרכה: - נכחתי חיבה (70%)
- השתתפות בשיחור
- זרימה שנתון בה בהמשך.

ש"כ -  
מה אני אהב במתמטיקה?  
- כמה מעניינת אותי מתמטיקה?  
כך נראה

השיחור הבא -  
מטא-אפידמיולוגיה של מתמטיקה

יש לקרוא את ה- איש  
יפיעו לשם אמינות.

07/03/4  
היסטוריה  
פילוסופיה

היום נסקור את מושג הפילוסופיה של המתמטיקה.

הקיתה: מה אנשים על דבור פורה (ניתים טאיה לקום לשם  
לא מכירים. הם חלים בן אדם וטואלים אורגו איפה הם.  
אתרי מלא זמן ליווא תולש רבו אומכ להם "אתם על דבור פורח".  
אז הם הייסו למסקנה שבוא מתמטיקאי - כי היא מושג לפני  
שבוא מדיבר, הוא עונה תשובה מדויקת אבל היא לא טובה  
עלום. (1)

אז יש טענה שאומר שלה שהמתמטיקה והכל כל רק מדויק  
פוגע בחופש.

אז מושג הפילוסופיה אכל להסתל אכל מיני זונור  
אם אסתלים על מתמטיקה אנקורת מבט של מתמטיקה לאושי  
אז אין שם הרבה פילוסופיה אז זה כמו נגרות.  
אם אסתלים אנקורת מבט אופשטר אז יש מקום לפילוסופיה.  
וגם נטרל על התפתחות המתמטיקה אז המתמטיקאים  
המדעלים היו גם פילוסופים. זה הנתן יקלי הנה נאלם.

נקודה מזנינה: חוב הספרים על פילוסופיה של מתמטיקה  
נקראים The philosophy of mathematics ואלו הספרים  
על היסטוריה של מתמטיקה נקראם A history of mathematics

אצל חשב שמטר התלכה על המתמטיקה היא סנתה אר המושגים  
של המתמטיקה, עשם אורם היקשנ הללי של היסאיה שלנו  
אג העלם.

מהו עוסק התחום של פילוסופיה של המתמטיקה?

ontology - קיום, מה קיים בעולם, הבסיס הקיומי של העולם

meaning - משמעות המושגים המתמטיים

activity - איזה פעולות עושים בפועל המתמטיקאים

ומה יותר?

מה המשמעות של המילה "קיים" במתמטיקה? האם זכורים

קיימים? האם אובייקטים מתמטיים? לא, האם המספר

ז' קיים? יש פה כמה אופציות -

- קיים

- לא קיים

- עשאה הכאן אין שום משמעות אלה זיון מילה

אבל אחר שיש סגור של קיום. מידה הקיום תלויה

בהמשכות הזמן של הפעולה. אבל אדם רוח קיים פחות

משנתנו. א הפעולה החשמלית קיימת אולי זמן ואולי

נחלמים. מה קיים תמיד? אובייקט! לא, המספר ז

קיים תמיד. אולי קשה להגיד או לא קשה. והמספר ז

מתחילת החמישה תפוחים. מה זה תורה? זה

רעיון יותר מודרני. אז יש את אלה שמאמינים שאנחנו

לא אמציאים שם צבא אלא אלים. התבונה תמיד הייתה

קיימת ואנחנו רק גילינו אותה. לא תרונה. וזה

מסתדר עם האפלטוניזם. מצד שני יש את אלה שתולים

שאנחנו אמציאים את המושגים.

אינסואיזיוניסטים אחרו שאין צורך אינסוף כי אנחנו וצרכים

סופיים ואנחנו לא נותלים לחוש אינסוף. אז הם פיתחו תוכנה

מתמטית אלה היא גייתת מאוד פרה. אז הם חזרו על הזנ"ן

עכשיו למען העושר המתמטי.

הפונדאטיסטים תשובו שהם אפשר לפתח אתרונג אקסיומאטיוו  
 עוזיוג. אבא הם נפלו כשהוכיח אור מלפס זבל. לזב בקיה  
 זב זב היו לאל שהאקסיומאטיוו היאומאטריוו קן עא עוזיוג.  
 קן באופן ברור באור אהעזומא שלנו, שזב בקימ הפב מלג.  
 אבא זה שפער לעשוג זב בוגע שהגזינו אה המושגים  
 והמסיים, וקוצה וישר, עהתלמא אהמקור שלהם ואז  
 לפתח אה התורה מלי עתה לזב קיום ממשי. אפשר  
 עתלוב שנקוצה זב כנסור ביה וישרים הם השולחניו שהן  
 עוזיוג אבות.

מה זב משמור? א התשיבה שלנו מתבסס א מטאפורוו  
 אהעלמא הישמי. עמל קבוצה זב שק עמ כמה זכרים  
 בחבורה יש פעולה אהם פעולה זב משהו שפא אהעלמא  
 הישמי. המטאפורוו נותנוג משמור ארזיונוג המופשטים.

משפט: הפונדאטיסטיה של המתמטיקה קיימת  
 הורחה: נניח בשלילה שהפונדאטיסטיה של המתמטיקה אינה  
 קיימת. הטענה הקבוצת היא טענה פואוסופי,  
 בסתירה. (ט)

אז אי אפשר עהתחמק מזה. עזם הטענה שאין פונדאטיסטיה היא  
 כבר פונדאטיסטיה

המתמטיקה מצוייקג באופן שהיא אחרת בזיק אה אפשר לעלג  
 זמה אסור, אה נסין זמה לא נסין.  
 היו לא מצוייקג בכל המשמור שנותנים לעזברים האלה.

מאנשים יש פולוסופיה פרטית, נאייג עליהם. ובמה אנשים לא מחייבים לא אחת ושם יתנה להתבטא ב היציאות וכו'.

יש פולוסוף צרפתי בשם Alain Badiou שותב ספר בשם Being an event (יש הספרה בהר הזיופים). הוא למד ממטיקה בצורה מסודרת והוא האמין של הכאיה שלנו של הזולא מתבססת על גווה הקבוצות (האקסיומטית). והכוונה היא באמת להבין - אהבה, פוליטיקה.

קבוצה סטטיסטית היא קבוצה A שמקיימת  
 $a \in A \Rightarrow a \subseteq A$

אפשר ככה להגדיר את המספרים האנציונטיים -  
 האנציונטיים שלהם הם קבוצות סטטיסטיות.

- 0 -  $\emptyset$
- 1 -  $\{\emptyset\}$
- 2 -  $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
- ...

הן זיבניל לניוסון היה וידה פילוסופי שיצר 2 גישות לאנפוי סיבניל גיש שאמורה זה גישו שהחליטה שלא חוזרת צבר עם הוא ממש בנה עליה שלא צריך לשנותו צבר - למחר מואל היה רכי טוב.

ניוסון אמר - "איזה מין מדק זה שלא ינול לשנות שם צבר?" והוא נתן לדוגמה או מא' השאל של הכתן אשתנים בה צברים.

הם התוודו על אינסולוסיוג המסוכה - האם מדק יוכל לשנות את החוקים שהוא כדצמוי קבוע? האם קבועים ה-8 אחר שהיא לא כפול לחוקים שלנו.

אז איבערן אחר שבחן לא אנשי. אנחנו קובעים  
חוקים והם לא משתנו וזהו.

אבל נוסח פיתח איזו תיאוריה שלה צרכים משתנים (פליקסנים)  
בסופו של דבר הגישה של נוסח לא הולכת אור צדקה  
אבל היא זמ

היא לא תוצאה כחן אייבניך רק בצרכים פחות (וחות)

ש"פ

מה המשמעות של מילה "ק"ב" בתחמטיקה?  
מהי מטרת הוכחה של משפטים בתחמטיקה?

בשפות הבא - החסום הבינארי של אתחטיקה

14.3.07  
פיסורה  
יפוספיה

sfx.huji.ac.il

chatin

השטור הקוצם דיבורנו על פילוסופיה של הוונדמטיקה. (כמה שדין  
יפורה ביותר הוא זה שכן כמה שממטיקאים זושם זאבלא  
קיש של דצמים מתמטיים שלא באמת חלבה.

יש שג דעם המתמטיקה:

- כל דבר שלא אזור סתירה היא קיש
- ק"חם רק ייצברים שאפשר לבנות אותם. אלה הם
- הקוסטריקטביסטים והם מיעוט קטן.

למה מוכיחים דברים?

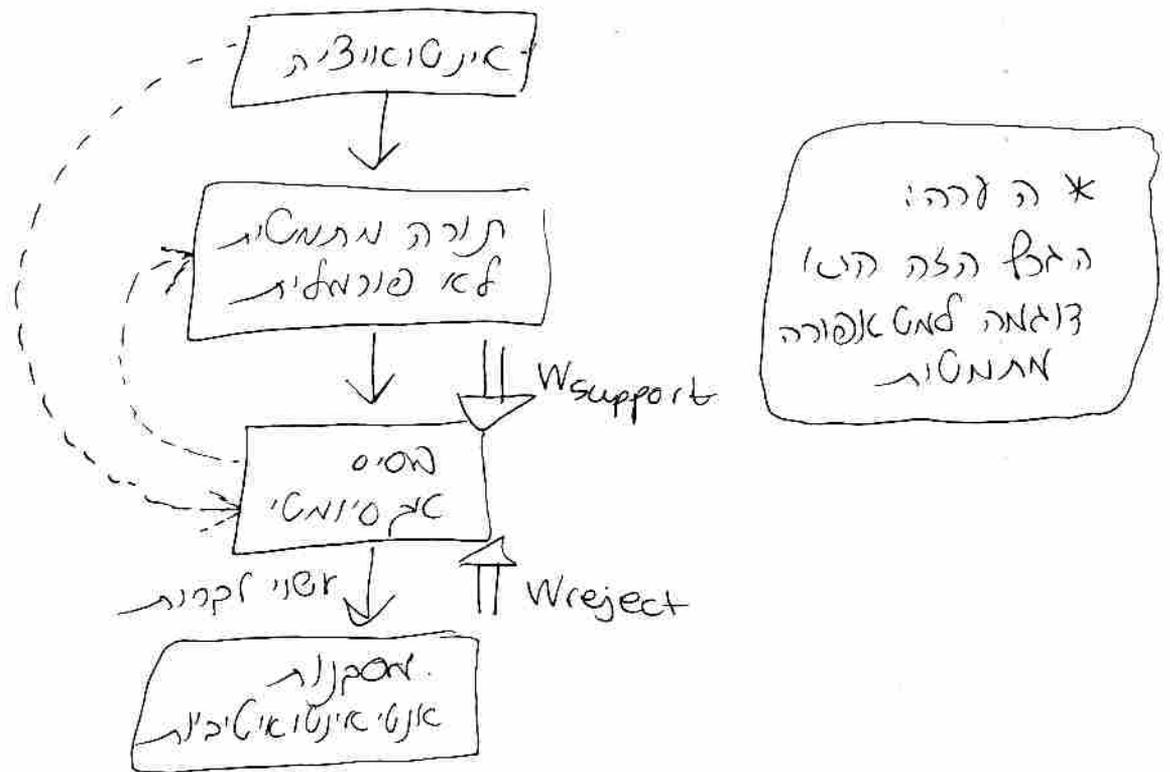
- בדיוק, זהו חומר מתמטי דברים חדשים, דוגמה בלתי היא  
ההוכחה של אישפס פכמה למה לא תהיה חלוק בפני דצמו  
אבל בדיוק אלו התפתחו תחומים חדשים והתחילו העון  
משפטים חדשים.

- אישפס אהתיים למתמטיקה כאתגר - בתחרות ואז אנשים  
מוכיחים דבר אלו והולכים להוכיחו.

אבל זה מתמטי - דבר שהיא אמר לא אינטואיטיבי אבל אפשר  
להוכיח אותו מאקסיומה תורה הקבוצות. אישפס, על  
קבוצה ב דצמו הכיצד אישפס אסדו הילב.

אברהם רובנסון זה המתמטיקאי ההלוב קיור באוניברסיטה  
ה דבורה. (מומח - למה אסדוק או היא). הוא נמם נסס  
איתן זמוש אינפיניטימלי. אישפס היה אהוריה אר  
אינפי על נסס זה אמר זה לא נמם תוצאות חדשות אש  
למה אזה לא אופת.

# איך מחסות יצר ממחסי?



אם  $W_{sup} > W_{rej}$  משתרים או התיאוריה. אחרת שוכחים לחתום.

אחד הספונים המפורסמים הם שקל' התחלת בין רביעית לרבעון המ' אי שעה א הטעור היא פונ'יה שיהיה מ'ום ונחל שאנשים חשבו שהוא רח פשוט התחלמא מצב מחשק כמה זלרוג שנים.



## הבסיס הקיומאי של המחשבה

איך אפשר להציק ונלמד ממחסי בהקשר של אספרים?  
 יש 5 פרמטרים שאינם שפטים ונלמד ממחשבת וזוהי:  
 - יתור השונא גל'ים

- Subitizing - אמל ושלמא 3 צברים ישו יודעם שפמ 3  
 ולא ציניק אספור.

- יה עזרה כח'ור
- יונה - מספור (אחריה - אמתנית)
- תמישה - מספור

אך היותה אשר אה עזיק נשמי צרכים  
 על בסיס תיעוק - אמצעים אלהו וראש מה יוצא  
 על בסיס תיעוקי - לומר מה אמצע אלא בא אמצע

המתקן אצל החיור התחיל עם סוס בשם האנס. בעל הסוס  
 שם אצלו לוח וכתב עליו מספר והסוס יקח ברצונו כמספר  
 שרשום על הלוח. אצל האנס היה ענושה את זה יק  
 נשם עליו היה נוכח. האיש היה מאונן ישר אלא כחאו והוא  
 מאונן הופתע עליונה התופעה הזאת. אצל התורה שהסוס  
 היה מאונן כשם אצלו ורשהסוס היה מתיים למספר רקיעו  
 הנתון אצלו היה מתרגל, הוסוס היה מרגיש את זה ומפסיק.

יכולה השואר גפלים -  
 מאנפים יונים: יש צלחת עם מעט אבץ <sup>1-2</sup> וצלחת עם יותר זכרם <sup>67</sup>  
 כל פעם שהן מתקרבות לצלחת הזקנה נוגנים להן אבץ  
 ואם הן מתקרבות לצלחת יוקטנה מפתחים אלהן.  
 זה לוקח העוק נוסוים (אפים) ואז אושים בקינה.  
 נוגנים להן אם להסתגל על צלחת עם מספרים ללא מוכרים  
 3, 4, 5 וכו' אים הורף שבסל הן יצאו להצדיק. אז  
 הוספנה ניצא שהיונים אצלו להשוור כח'ור.  
 אצד שני רשפבו את הן יצאו להשוור בין גפלים קרובים  
 ובגל נשני חואי שרשה מספרים עד 7, 6 לרוב הן יצאו  
 להבדיל את בין כח'ור קטנה.

העניין בפקו אר השפחה צפונה הנקאות.  
התעלו שיש יונה סיכוי לסחורה אם הנקאות מפורסמת.

דוד ניסוי: לוקחם יונת אמרם לה אורה השני זכרים.  
פסח אתה התפוצרת (לואר שני הזכרים אסרונין)  
ופסח בארוכ ~~הוא~~

בניסוי של התפוצרת הסתבר שהיונה זכרת יתני טוב  
או הזכרים שהופיעו בסוף.

בניסוי עם התאוקים אחי שהסאו ליוון או הזכרים  
הן היו אחורה למחל ~~לפני~~ אל כפתה אל הזכרים שהן  
רואה פתוח.

21.3.07  
ביטוריה  
יפואסופיה

אם מחינים הקבוצה של מספרים?

- אם הקבוצה קטנה אז פשוט יש נוטים את התשובה

- אם הקבוצה בינונית עושים insertion sort

- אם אם הקבוצה ממש גדולה אז ממש טבעי לחלק

הקבוצות קטנות יותר לפי איזכר שלל, ואז למיין את  
הקבוצות הקטנות יותר.

בני אדם הם לא מחשבים. האלגוריתמים של מחשבים הם ממש  
יעילים מאד בעלל לא טבעיים לנו.

Subitizing - זה בא ממוחטה האטיניקה שפירושה "פתאום".

בני קולטים מספרים קטנים מידי, בהסתכלות, נחלי לחשיבה על זה.

בניסויים על בני אדם חזיר התגלה ש-3 נקלס מהר יותר

מאשר 4 או 5. לא באמת יודעים מה המנגנון, אבל נובקים כמה

זמן לוקח לבן אדם להגיד מה התשובה, או אם הייתה יודעת לחתום

על הכפתור הרלוונטי. ה-1-4 אחוזי ההצלחה היו ממש גבוהים,

במספרים גבוהים יותר הייתה פחות הצלחה.

הדבר המדהים הוא ששלי קטר אפשרי מסתבר שאצל הרבה יונקים

העניין הוא זהה.

למה נובקים אנטיסטיים האלה שיש לחיות וחלוא מתמטיות? אבוצצים

את התופעה. למשל, לימדו קופים מספר מספרים 4-8. ואח"כ נתנו

להם נרטיסיות עם ציורים שונים במספרים שונים והם עדיין יודעים

לספר אתם. אח"כ הם נתנו להם כרטסיות עם מספרים שונים יותר

שהם לא מכירים - 9-5. הם אותם הם הצליחו לספר. אז הקופים

למדו מה זה מספר גדולה.

מה מאפיין תהליך ספירה?

- יציאה של הסדר של המספרים
- התאמה חתום בין התאים לעשרים שסופרים
- יציאה שנתוצאה היא המספרה אחתן לאחריו.
- ההבנה של משנה איזה סוג עבריים סופרים.
- סדר העצמים שלסופרים הם שרירותי.

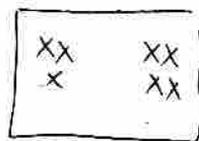
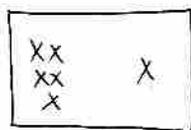
הפעולה הספירה יש להפריד בין שני סוגי ספירה.

- ספירה תלויה - מראים לנו כמה עבריים ואנחנו סופרים כמה יש של.

- ספירה קונסטרוקטיבית - מראים לנו למשל את המספר 3 ואנחנו מצבים בפעמון שלוש פעמים.

חלף מזה יש להבין בין ספירה במרחב - נשואים אחרים  
העצמים האותו גזמן לבין ספירה בלחן - נשואים  
אחרים אחר אחר השני, למשל אם אחרים בלחן.

מה אבוי תיסור? אלו ניסוי עם קופים לבו היו שני  
אחרים עם קופים שוקנאז.

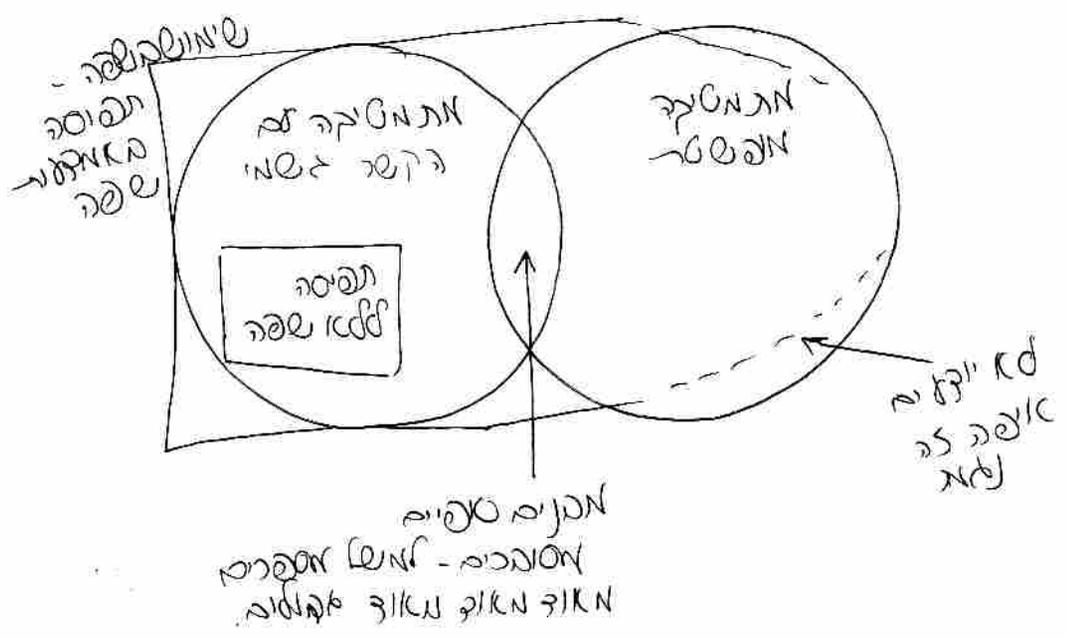


ה-ניסוי אחרים הקופים לבו. למשל הימני ומק הסיבו  
שלם יודעים לחבר, להכין אחרונה וזוואויר פוקאן בממש  
המשמשי יש איש גדול יותר.

והוא היה פסדולוג גרמני. שבהק ידועה השוואה משקל של משקולות.  
 הוא יצא שכל שהמשקולות הכבדות יותר ההבדל הנייהן לריב (היות  
 אצלם יותר. חוק ווהר אומר  $\frac{\Delta F}{F} = \text{const}$  וזה נסן לא רק למשקל  
 אלא להמון גזים - עצמא אור, קולות וכו'.

The Number Sense/Dehaene

סיכום



אזורים אוטיסטים - יש אוטיסטים שיש להם תפוסה מצוינת של מספרים  
 (כמו איש הגשם). למשל אוטיסטים שמקושי יחזים לדבר אצלם  
 כל מספר שהם רואים הם מפרקים לפרטים ראשוניים  
 ומתחילים לחסרה.

כמילאן היה בחור יהודי שראה ספר המתמטיקה (וואו ורתהוב וכתב  
 לאנגליה להארדוי. הארדוי נכח התורה, הכיטא אותו ואנגליה, אצל  
 הבקלים לא התאים לו והוא מרדף מכה. הפל ישלמה נוסחאות  
 שהארדוי ראה והוא לחשב פשוט חיל אותן...

יכולה להיות מוזרות -

- חקת מסקנות ב יתור לוגיה - יכולת לזהות סבה תוצאה  
אפשר להבדיל בין קשר סבתי לקשר לוגי. אבל משתמשים  
באותן מילים לתאר את זה, בט הטלפון: אמ ... אז ...  
כשמאלפים תיור זה מתבסס על היכולות הלוגיות של קן.  
כן יכולות להסיק שאם קורה משהו צריך לעשות משהו  
אחר. ואפשר גם להבין קשר "או" קשר "גם" -  
אם התיה עושה משהו נשקונה אותו משניים או לחיוב  
עשה משהו רק תשני צרכים מתחשים.

למה אנחנו אומרים שמאן אנחנו מסיקים שיש יכולות  
לוגיות? - כיוש חיות שאפשר לאלף ויש חיות שאי  
אפשר לאלף - נהיף צבובים תמיש ותקעים בחלון או  
נכנסים לאש - הם לא אומרים!

הרחבת השוקציה לשיחורי הבית -

- לרציונליים - אפשר למדוד בתוך מחזור
- אפשר להניסוף את תוצאות המחזור
- לתוצאה התק הלא מחזורי
- להסתל על גבול שליון או גבול תחתון
- או הממוצע בינויים
- למחשיים - ספי הסתברות למצב אפס או אחד
- גבול שליון, גבול תחתון

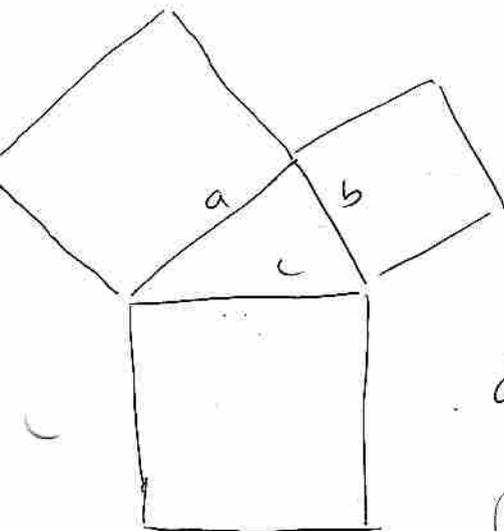
למה אנחנו שואלים את זה?

- בשביל להדגים מה באמת עושים מתמטיקאים.  
הבדיה בלימודי המתמטיקה היא שאומרים תורה סגורה שבה  
יש הדפדוף ולא שואלים למה זה מה שמדברים ...  
גשאלה שליון תשבה וכונה. יש הרבה אופציות ...

# היסטוריה של המתמטיקה

התחילה: למה ציטט איך לסדר את הדובדוב ואילו חשבונג ואילו לא?

למשל, הבאם להציג את היסטוריית המתמטיקה כהיסטוריה של המתמטיקאים זה נכון? או למשל להציג את היסטוריית המתמטיקה כהיסטוריה של המצאותה בין יבנים ערבים? זאת היתה שיטת ברובה ספרים - לא ברור מה הכולנה, המטרה של הספר - נראה כאילו זה אוסף של דובדוב לא הכי קשוח ומאובחנות.



היסטוריה לעומת מסורת:

אקלידס תאר את משפט פיתגורס

ככוח השטחים של הריבועים על

האנכים שווה לשטח הריבוע הידוע.

אנחנו מציינים את זה בצורה  $a^2 + b^2 = c^2$

אבל הדבר הזה ממש פשוט אצל

אקלידס. אצל אוקלידס אסור לרפול

אלוהים. אז מה שעשה אוקלידס זה ההיסטוריה -

זה מה שהיה וזהו המשמעות האחרונה שאנחנו נותנים

לזה זה המסורת.

זה פוזמה לשימוש לא נכון ביצירה מאתרי. היינונים היו מחשבים

שטח של עיגול ע' הנוסחה  $\pi = 4 \cdot \left(\frac{8}{9}\right)^2 = 3.16$

$$S = \pi \cdot \frac{d^2}{4}$$

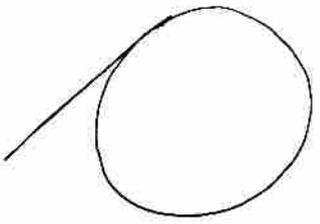
ובתנ"ך יש זכות ליק שהיה של משה רבינו  $P = 3 \cdot d$

נאם מראן אפשר להסיק שהיוונים יצאו לחפש את אד יותר טוב מהישראליים? - לא! כי ה' אד שלהם בא אשני יתקשרים שונים - אחת משטח ואחת מנפח ואין להם עניין שהם יצאו שהמקצם גדול אצלו להיות אותו המקצם זה משהו שאנחנו יוצאים היום ואנחנו לא יוראים להשתמש מזה כפולנות אג ההיסטוריה.

הנחות לידי הטוריה של המתמטיקה - התייחסות אצל  
 ① לא של המתמטיקה התפתחה בצורה דפוקטיבית. אמנם אנחנו מרובים התפתחו פשוט כי היה נוח להשתמש בהם פשוט לא התורה הן אבסורד!

② האם אפשר להגיד שמצד התורה נותן למהלך של חשיבות? בשביל שתוארה תיתפס צדק שמישהו בעל השפעה יצתה את זה. אמנם יצאה שהיה צדק מאוד כולם התעלמו ממנו ורק האל שהיו על קרובי אשפתה <sup>נידו</sup> שצדקו את הבורות שלו ורק הוא התפרסם.

③ תיכס המתמטי וטו אמנם קומוניסטי אמר תורה זה יור פשוט לא חשובה עם בזמן. חול מזה ושל תחומים שנזנחים כי הם נראים לא רלוונטיים. אמנם הספר של אוקלידס מודגמת בווי לא בהכרח בין שני ישרים ואז אפשר לצייר צווה אינפיניטסימלי לווה בין אמנם למשק שלו.



אם לא את לא מזהר על זה. אוקלידס עצמו לא צייר על זה. הוא רק הדגיר את זה פעם אחת ואת' לא הלכו את זה.

④ אמנם יש מתמטיקאים שעוסקים בפוליטיקה והם מציגים את עצמם בצורה מאוד שונה מהפוליטיקאים האחרים. הם אמנם מציגים את עצמם בצורה דפוקטיבית אבל לא ושל הרבה

מתמטיקאים זה דבור שונות וזה בעצם שיש להם איסור  
 זה' אקסיומות מוסוניה שהם לא מצביעים עליה.  
 זה פשוט לא נטן שמתמטיקה היא metaphysics-free  
 על המתמטיקאים יש איזה פילוסופיה מוסוניה שמבירה את  
 המעשים והדעות שלהם. אם אלה שאומרים שאין להם  
 פילוסופיה זה בעצם סתירה כי עצם האמירה הזאת היא  
 פילוסופיה. הול מזה פילוסופיה זה ענין של אפנה אם  
 פתאום פילוסופיה זהיה באפנה אז בטח יוצרו מלאן  
 מתמטיקאים פילוסופים

(5) נראה שזה עובד אצל יש טון רמה נקודות דפניות. הוזה  
 זה משהו רועה וזו' ונעקצנה של ריגורוזיות משלמה זה  
 כחמן. למשל אם היצבת היה מסתח את התורה שלו  
 לפני אוקייפס אז אף אתם לא היה מקבל את התורה  
 של אוקייפס - לא בעצם שהמשפט שלו לא שונים אלא  
 בעצם שהתורה שלו יש תורה  
 אז אם מודפכות כמו המהפכה הרומית אהיו בנות המטיקה,  
 מודפכות לצורקים אצלם זה מה שהיה קלף ועושים הכל יאופש  
 אצלם יש מודפכות כמו המהפכה האנגלית - שלן מתמטיות

תבואה מסמך מסודר יהיה ב- אש

שני סוגים - סקירה  
 - הרצאת רעיונות משלי  
 8-6 תמונים }  
 אגוראל כמו מאמר }  
 מדע עם ביבליוגרפיה }  
 מתקדמי }  
 וק }  
 הלאה }  
 העבודה זריחה זהו מציאות אפסר ממשט נוטסו אצל זניק  
 אפסר אותו עם המדינה

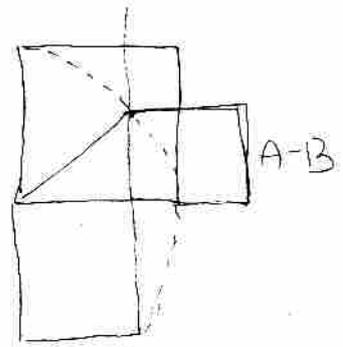
ש"ב -

חשיבותה העולה  $2+2=4$  היא בכך שזה מטיל משקל מחדש על דברים שאנחנו רגילים לראות אותם אחרת. /  
 אובייקט של תחומים שבהם זה לא ככה. יש משל כפיסקה - חבור וקטורי של אוהיווה"ס אובייקט זה יעביר אותך מאג'נט עם אנט'חוקיק ולאוונסאר כלום. אם את אולי שיהיה אמצעו את החבור הלה היה מקבל השראה מפויסקה ירון סה"ל שניה יוצא אחרת.

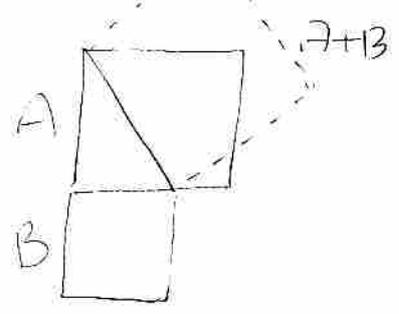
אם היטען  $2+2=4$  (ובואו אוק ליש היבה ציורים פייסיים לוק"אוס אג נה).  
 אפילו אם אצטרף חבור לוק"אוס. אם ב זה בן 2.5 ו 2.5. /  
 ואיחזורים אם יתנו וצאג זה 3.

תחשיב של ריבועים -

חיסור ריבועים



חבור ריבועים



מה ההבדל האמיתי בין ג'ורג' קאנור לריבועים לכל התחשבים (האחרים שאנחנו מכירים) - תחשב ריבועים אלה בעזרת שלב ב' ואלו התחשבים (האחרים) אלה בעזרת חישוב.

מאיפה נוצרה האמת? 3 לוקטור אפ'טיים

בעזרת פדקטור של האצט הקדמון - הניה, קניה וכו'.

צויק מהפסטה

ניסוא'ים - ח"י הרוח של אנטי-בולמונים הרבה התרכו סביב צד

סא ברור איזו אה אפצייג נכונה יש וירוחים רבים אזה  
זה קצת זנ"ן על רחוקה אישג.

1

### סקירה על ההסתדרות של המתמטיקה

המקור העיקרי של המתמטיקה הורשנוה שנוי היסודי אה יונק.  
בצורה התברר שהיו עוד מתמטיקאג - פאיש טענים  
הייתה מתמטיקא (אישל היה להם ציין באישפט פיתגורס  
אזכור מיני דברים - סהכ או אפשר להגיד שלהה אה  
אשהו שלשהו י"מ פרספקטיבא גצולא או איזא פלגה  
דבב). בימי הקנייה או עשמה אה המתמטיקה היווניה  
היו הקופים אנהאזים תרמו אזכור מהתפתחה כי הם  
וצלו רמה שלהו אה תנאיו אורכיה טענייה.  
פאאנסים של אקלידס זה הסבר שהיו לו הכי הרבה  
פראויים אהו התקן, והוא באדם קבוע אהם הנושאים  
על תגומטיקה - אאומטריה, מספרים (הציעים),  
גצעים (כצעים) - הסבר טענסק באאומטריה הוצע  
הייתה תורה אקטואליה, הניאז מספרים על אקן במספרים  
שלא היו להם שם אקטואליה. = אאומטריה הייתה  
תלסאג גענהה י"מ אומטריקה אזה היה אהר אסני"ר  
קיאליה. אהר אאומטריה שטה באומטריקה אז הלאה 19.  
אז הסתבר לפיתוח המתמטיקה א נסיס אאומטריה היסודי  
סא י"ז. העבודה של קליסי, וירשנאס אהכרה היסודי שם  
אישו אומטריקה של המתמטיקה, הם רצו מסט א"מ  
אומטריקה זו מספרים אשא אאומטריה.  
אזנ"ן שפיתס בין שיטות ונושאים העתמה נלה היו קבאים  
נישאים אורחי היו שיג. נושכי הנושאים אנהאזים שלטות  
המתמטיקה.

בי"א הבניים השלבוט לא בגי ספר התחבך לפני חכמים :

- quadrium - החשוב יתר כי אלה הנרשאים
- מספרים חזוניתיים - אריתמטיקה /
- מוסיקה - מספרים בתקוה
- גאומטריה - באנלית - גאומטריה
- אסטרונומיה - גיסיס בתקוה
- trivium - פחול חשב - השניה

- דקדוק

- רטוריקה

- דיאלקטיקה (לוגיקה אמנותית).

הלוגיקה נקטה סאטורטיקה - ריגורוזה בלא רגש סותרים  
 אה הלוגיקה וראשונים אלגוריתם זה היה המסוב  
 ה- 19 ובלוגיקה נקטה סאטורטיקה בגלל שלבו  
 התאימה לשיטה ראשונה נוספת שהכניס אומאטיקה  
 בתור חוק לוגיקה (נאומה) ואם היצויג. היום  
 הכוונ שלוגיקה זה הטיס על אומאטיקה אפס זה בטל  
 טא היה לוקן אטליו אפרט סאטורטיקה בלא. ניתוח  
 לוגיקה ו' אומאטיקה.

הנה מורה מונין בתורה הלוגיקה של אוקלידס יש הרבה  
 פילוסופים. הולברט גרסה אה זה בצורה אסודור אלמטה אטל  
 זה נכ סבוב של אה אחד כמותה יא לומד אה זה. אה  
 דיוק אה אה גרשטיג עגוה של אוקלידס צורה החקרים  
 הרדיון של תרומה אקאמטול. אהוד צאם אה אה אה אה  
 חושם אה זה באלפן אטל אסודור זה לא היה נתפס.

באומאטיקה מולטיה היה עשה נוסף מונין. הם לוקו נס עברם  
 רק אם אנה א. גייתיה מהם נכמה אה אה אה אה אה  
 אה צורה  $\frac{2}{n} \cdot c - e + \frac{1}{n}$  באשר א-1-1 שונים א.ח.

סוגה זה טוב? יש כמה הערות: למטה  
 הספרים הייתה אלא חלופה התפילה ה' אינדיבידואל  
 שגם נצטב. אז אבנתי  $\frac{2}{5} = \frac{1}{5} + \frac{1}{5}$  זה לא ברור  
 מה אינדיבידואל? כל. אז לבידואל זה רטוב  
 של ספרים שונים.

פנה רפד וחייב זה יא היה מריוולט בלב. ספר 500  
 שנה באיורה היה אקלר עקום דוקטורס לאוקימסטי  
 מוכרזה אם ממציאם אנלומה תטיק. אף צבר הלה  
 היה למיני אוד מתקני. ניה א'צה אי' גרמן ל'ר'נה  
 שנתק ש-1. ומה ממטיקה ספרים פרקני'ם אז  
 (נא נוסח נכונה סאן אפרט ל'ג'וא א'מ'י. אמרו 10  
 ליאמי נ'מא חוק סבסתר'ק הק' הנפד אז ל' ניה לק'לויג  
 אגם אם נ'מא נ'ל'ה ג'מ ת'י'י' אז י'נ' א'צה כ'ים אח'ד  
 כ'א'י'יה ל'מ'א'ל'ים כ'י ת'טיק...

איך למצוא רפד וחייב? בכלל זה ה'מ'פ'ים ט'א-  
 א'ו'ר'יה ג'י (נ'ט) כ'טה זה כ'מ'ט ס'א פ'נו' ס'נ'יה  
 א'ה זה. אז איך ה'מ'פ'ים רפד? הנה דוגמה:

41 x	59	
1	59 ✓	$41 - 32 = 9$
2	118	$9 - 8 = 1$
4	236	
8	472 ✓	
16	944	
32	1888 ✓	

$\Rightarrow 41 \times 59 = 59 + 472 + 1888$

אילו נוסחים הולכים? הנה 13 אמת

1495 : 65

1	1	65	✓
	2	130	✓
	4	260	✓
	8	520	
	16	1040	✓

⇒ 1495 : 65 = 1 + 2 + 4 + 16

אם זה לא היה אמת לבד הרי כל מיני אינשייטאג

כמה זמן שכתוב: באמצע מהפפירוסים ה"ה ב"ה

ספתנו אג המשוואה  $\frac{2}{3} + \frac{1}{5} + x = 1$  (שם

כע ש  $\frac{2}{3}$  כואו המספיק הית'יש לפיה איפער סתוב

זאת מוקד שוקה 1 - 1) אפ הדפירו אור

המשוואה למשוואה  $10 + 1 + y = 15$

אז אור שג למחויב זה קט אפ יוצא  $y = 4$

אנס אינמו ווצים  $\frac{4}{4}$  אזה נוסים?

$2 \times (2 \times \frac{1}{15}) = 2 \times (\frac{1}{10} + \frac{1}{30}) = \frac{1}{5} + \frac{1}{15}$

כפי העמדה

לדן לוקר איוגוליקה 15 גלותמליקת הנמסיה. הנמסיה

כבוכנה המציאו אור גאנס - סאורק, אנס היה אורת

סהלתמלי כו רק ביאוצו משפר זמא בהיתחנה אוקט

נכח הממועני הנמסיה אפ יצא לזא היה שוב הכר

היו אפ א - א<sup>2</sup> - א<sup>3</sup> אכו. היה צריך והבן

אההקליר סאה ה המורה.

הבה נסדר את המשוואות

$$\begin{cases} x+y = \frac{13}{2} \\ x-y = \frac{7}{4} \end{cases}$$

$$\frac{x+y}{2} = \frac{13}{4} \Rightarrow \frac{(x+y)^2}{4} = \frac{169}{16}$$

$$\Rightarrow \frac{(x-y)^2}{4} = \frac{(x+y)^2}{4} - xy = \frac{49}{16}$$

$$\Rightarrow \frac{x-y}{2} = \frac{7}{4}$$

$$\frac{x-y}{2} = \frac{7}{4} ; \quad \frac{x+y}{2} = \frac{13}{4}$$

נפתור את המערכת

אם

היסטוריה  
ויסואטיקה



- פתרון של משפט סוקרטס 'ופיג ב-לטס
- מה הוצג בסמינר באותיות טין אגורה אטאמטריה?
- ביאומטריה אותיות הן שם של קטע או אומצטה הוצג של קוצרה.
- אזכור אפשר אעטל עם זה שם פעורה. אמל לא באמר אפשר לתתם
- $AB^2$ . האותיות הביאומטריה הן לא עצמים. ואילו האגורה האותיות
- הן הוצגים עצמם ואפשר אעטל על זה אמל הפעולות.
- אזכורים אותיות המשמעות האגוריות זו אות התליוה הוצגות של
- (נחמטקה).



למה הומטטיקה היא רחבו שלה? און לכה גלובה יצירה אמל יש השמחה  
אחר הוצגו היא שבתל שהיוונים היו ל רק עצמים לזכו הפילוסופיה  
הם רצו לכוון הם הוצגו רחובות. ל אחד רצה לכוון אה הפילוסופיה  
שלו.

עוד הפערה היא שהיוונים מצאו תוכנה מתמטיות אמל איני מקורות והן  
היו סותרות. אמל הצגין הנצחית פעם ח היה יוצג ל ופעם  $\frac{16}{9}$ .  
אזכור צרכים למצוא צדק אעטל מה שון.  
מל אופן לא ברור מה המקור של הספר של אוקלידס. יש שם סעגור  
מנהי שמשל לא ברור אעטל הן צצו ואיך היא הגיע אליהן.

הספר של אוקלידס בנוי מ-13 פרקים (ספרים). הספר הבא שון  
זן בכניו הססיות של משלים ומקובצים. יש שם אג משלטים  
והמתחן בהם הם משפט פיתגורס. חשבוה הספר הלה היא  
מקב שמו נמצא המנהי האקסיומטי וזה המקום הוחיד אצל  
אוקלידס שיש בו אקסיומות ופוסטולטים.  
הספר השני מצהר על אגורה אטאמטריה - פתורה משלוא  
כיבוליות בעלרה הביאומטריה. המקור הכוונל לא היתה אפיתור  
משנאור אמל זה מה לציג.

האקסומוג של אוקלידס יש הרבה טעויות וחורים אבל זה נחמד  
 השלישי לתיון (פיתוח פיתח אקסומוג וברבור אוקלידס זהו זה למעשה נחמד)  
 ספר שלישי - תכונה המצאה  
 ספר רביעי - אצילות אשכוליים  
 ספר חמישי - פרופוזיציות אבן ג'רלם, טוויז מתמטיים ל'ראווה  
 רצפיות הניאוד (ראווה) הדידיו שלם אספרים  
 ספר שישי -  
 ספר שביעי - אצ תליוני - תורת המספרים  
 ספר עשירי - אצלים של אנתנים אה שונאה, טוויז אצרים  
 אינציוניים (בדומה הכי מילטתהיא האבסן של רבוע)  
 ספר 13-11 - גאומטריה תלת ממדית

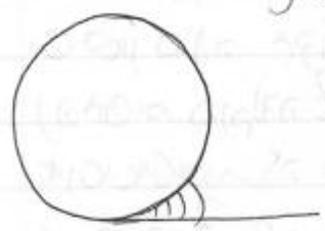
הפעולה ההססית מספרים הוא פעולה הבניה (תניאוד) אה שיש  
 ל'נו שזה חילוב). הבניה היא באמצעות סגלם ע'סא שנתו  
 ומחזיקה מתקבלת שכרעא שמכיוונם אמה ארצל (היא  
 מתקבלת מי אפשי אמצוד באמצעותם.  
 ע'סא ברני אה היא רצם ארצמו אה הדידיו (המחזיקה) האלה.

ליאומטריה יש שתי אישור: - ליאומטריה נפיסקה - ע'סא  
 אה העולם שאנחנו חיים בו.  
 - ליאומטריה רתעה לממטי אפסט  
 ע'סא הימנה ה-19 הישוה האלה התלכדו כי האונו לעולם שאנחנו  
 חיים בו אתואר א' ליאומטריה האוקלידיו.  
 במאה ה-20 אינשטין הנה תיאורה פסיקלי שלפיה העולם שלנו  
 אינו ליאומטריה אוקלידיו אפליאומטריה האוקלידיו (הוא רק  
 קרוב מאדקרים אסוימים. אצ הישוה התחילו אהיפוד...

יש סוגים שונים של הגדרות:

- הכנסה של מושג חדש למחיי - כמו הגדרה הנקובה - תסור אינטואיטיבי
- זהבאויג איך נונים או העצם - כמו הגדרה המעמיקה
- הגדרה בעזרת משולש שלכסר יפוע - אמנם "קצוות" הם נקודה" - מניחים
- פסאודו הגדרה - ראוי הגדרה אבל הן בעצם לא אומרות כלום.

נקודה מתנ"ת יהייתה של לווי אחרת שהקווים צריכים להיות ישרים. זה המספר לנו אלא בעזר משהו אינפניטיסימלי.



מה באווה בין משהו למשהו?  
האווה היא לא אפס. אפס היא בתוך משהו  
כאויג לשוין אפס!

הואכה הידיד כאויג האופן הכס: כאויג הכאשני חצוי ישרים שזכאים מנקודה משותפת. כיום לא מקומם להתחילם אפואיה זה נהקשר של קווים לא ישרים.

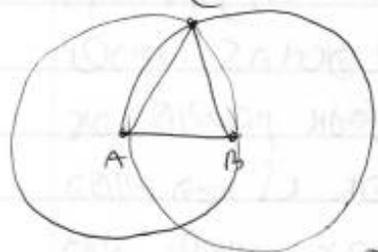
יש בהגדרה של איקליס דבר אחר - יש דמיון והגדרה להיות כלל לא משתמש בהן לעומת לא יש דמיון מושגים להיות משתמש בהן שלא מודעים לקיל השערה שבהלם אקליס נתי או נהגדרה של ההתחלה.

יש פער גדול בין התפסה הפילוסופי של היוונים לה עולם היא עברה יצירה וחידה שני הם האינו לתחום מאופין באאומטריה אקלידי.

אצל אקליס יש הבדל בין פוסטאליטים לאקסיומא. אקסיומא הן עובדות במידה מסוימת ואילו פוסטאליטים הם הגדרה/משפטם אלא הוכחה שקראו הוצאה ה-17 שני המושגים הסלה התלכדו...

מה ההבדל בין איקסומים פסוקים לפוסטולטים של אוקלידס?  
 - האקסומות של פסוקי יזרחאל והאסכולים הסבאים ואילו  
 הפוסטולטים של אוקלידס מחברים את הקשרים בין האצטורים  
 שנתנו קיימים.

אנשטין בהנחת קטן AB אבנומטיו משולש זה ציפוטו:  
 הונוים שני מאלים וקודם העבדש ללום



היא הנקודה השלישית.  
 יש סגור בעיה חזקה: זה אחר ככל שהמסללים  
 נפתחים הנקודה??

אינטואיטיבית זה כמובן שכן... מתי אינטואיציה

זה הסדר? אמשש אם מילדו טאמא רוצה אבנומטיו זהו יתנו  
 להסדרתם בעת. אמנם במחלבים אי אפשר יהיה לממש טאינטואיציה  
 אין להם אינטואיציה הם צנאים לפעם רק יפיימה שטאמא להם  
 מאיפיו מפורש.

ההבדל בין פוסטולטים לפוסטולטים של אוקלידס  
 הוא שפוסטולטים של אוקלידס הם פוסטולטים של אוקלידס  
 והפוסטולטים של אוקלידס הם פוסטולטים של אוקלידס.

ההבדל בין פוסטולטים לפוסטולטים של אוקלידס  
 הוא שפוסטולטים של אוקלידס הם פוסטולטים של אוקלידס  
 והפוסטולטים של אוקלידס הם פוסטולטים של אוקלידס.

ההבדל בין פוסטולטים לפוסטולטים של אוקלידס  
 הוא שפוסטולטים של אוקלידס הם פוסטולטים של אוקלידס  
 והפוסטולטים של אוקלידס הם פוסטולטים של אוקלידס.

13.6.07

היסטוריה  
אפואסטרופה

ש"ב:

① אנה הפעיה בנוסחת החיבור חוזר וזה שהיא לא עקבית?   
 באופן כללי נשמע ציורים בעולה חדשה ונעברה חדשים צניק   
 שזה יתאים אנה לשכר קיים. למשל יש ארוכהים שהמחשבים   
 הם תתקבל זה בהם. אז החיבור והכפל של ארוכהים צניקים   
 לנתאים לחיבור וכל של מחשבים נשפוטאים על הארוכהים שלהם   
 העצם מחשבים.

כאלו אופן, הצלחה עם השברים - חיבור השברים צניק   
 לנתאים לחיבור של טבעיים.   
 זה לקרא עקרון ההתמדה (Mantel 1864). הוא שלא אה צניק אה   
 זה מספר. יש כמה עקרון נשמע ציורים מספרים אפילו   
 צניקים להתקיים. בין השאר צרטיה שהצנצים זטבעיים יהיה   
 קונסיסטנטי עם אה שזהר מולצר זטבעיים.

② שימוש של סימן השוויון. המהמטקה שוויון הוא פרדיקט צ-1   
 אקואי שהוא סמטרי, אנציוטיבי והפלקסיבי. אם  $y = x$  זה   
 אחר של  $x$  ו- $y$  שפדיוק אופן תכונה. זה שונה קצת   
 משקילות שקולה זה שוויון בהם אפילו מסוימור   
 אה סימן השוויון אשתמש או רק בהקלה זה   
 • למשל במחשבים  $T(n) = O(n^2)$

• השמה, כשאחרים יהי  $x=2$  זוהי הצמיח שלה. זה   
 זה חסר משמור אהק בהקלה זה  $x=2$ .   
 באמצעה אומים ששני עצמיים להם זהים אם לאנון זהה   
 ביניהם - בוור זה הפרדיקטום  $P \leftrightarrow P(x) \leftrightarrow P(y)$ . אלה   
 באמצעה אחר שני כי הכמהים לאה (הצם אהא   
 אפרדיקט, בוור אה זה הקולור.

$x = y$    
 $2 = 2 = 2$    
 $2 = 2 = 2$

יש שתי דרכים לקבץ המשפטים:

• Extentional - תלוי רק במהות של החולטים

• Intentional - תלוי במשמור של המשפטים

ואכן כאן ארצי ביטויי ההבדל בין הצבה לשוויון.

למשל, נניח ש- $n$  הוא מספר טבעי קבוע. היום יצא ל- $n=9$ .

הנה משפט: קפרי לא יצא ל- $n > 6$ .

נתחיל את  $n$  ב- $9$  (הרי זהם שווים) ונקבל

קפרי לא יצא ל- $n > 6$ .

וכו כוונתי שכוונתי! הבחירה היא ל- $n$  ואנחנו שווה ל- $9$ ,

אלא יש לנו משמור (סתמי) - "מספר טבעי קבוע".

★ ושבתונים  $x=y$  לא יוכלו להיות הכוונת?

- כוונת -  $x \neq y$  הם המשמור אלוהי

- הצבה

- שוויון ( $\neq$  כוונת). למשל אם  $AB, CD$  שתי צלעות אצל

לתתם  $AB=CD$  והכוונת היא להאריך שלהן שווה, אבל

נחמן אלה לא אורך צלעות המשמור.

★ כשאנחנו "אובא  $y$ " למה הכוונת?

• אם  $x \neq y$  אלוהי עולם אס- הכוונת היא שוויון  $2+3=5$

• אם  $x$  איבר ו-  $y$  קבוצה הכוונת אישור. של  $x$  הוא לקבץ

• אם  $x \neq y$  קבוצה אס- הכוונת היא להפכה לתלויים תלוי.

פאנו הרים להפכיד את סיון הסיון. שנים: האחד יצוין

ההצבה והשני לשוויון המשמור.

$2 \times 3 = 6$  - תוצאה של פעולה  $\times$  עם טיפו אפילו לתת  $x=y$

$6 = 2 \times 3$  - פירוק לגורמים  $\mid$  וגם  $y=x$  המשמור או

גמיז לכה!

האם ניתן לומר ששמון הסולא סתפזיטי? זיכרנו בזה לא לה  
שם שדצומה גדלים יותר בשר וההתחש שלנו גדול יותר.  
אז אם יש שני דצומים קטנים מאוד הם זהים מבחינתנו, אבל  
זה שמהדומה אולם אנוני יכולים להבדיל.

האם ניתן לומר ששמון אנו הפקטיבי? למשל, הפיסיקה  
זוהי דבריה להיתכונות בתחבית משנה בו אשהו. ואם אנוני  
לאינתיים להסתכל על תחבית דומה לזה שזה לא צמח.

ההבדל בין גדלים, מספרים ארכופורציו  
אל אוקלידס

האם לאוקלידס אפשרי במספרים ודצומים יש פעולה גזנה  
מספרים שלו.

אולי יש דמיון עם בעיות בכרופורציו אבל לתק רק דברים  
מאנו סוג. אם מבורה לה לא כשכיו זה אחת לתק למאן.  
מספרים מבחינתו זה רק טבעיים. בכרופורציו אנו רצונאיים.  
אולי זה גם מתקיים אולי כימות באוסון שלו?

20/6/04  
היסטוריה  
ופילוסופיה

ש"פ -

1) קומפוזיציה אחת של פוליסטוריים  $2\frac{1}{2}$  צברים (הכוונה האנא -  $2\frac{1}{2}$  צברים

להים. האקרה של התפוחים הם יותלים לריוח אלא שנים ואז לא באזור אפשר לחתק אותם ל-  $1\frac{1}{3}$ . אלא בת"מ סד"כ לא חושבים על זה. אם נתקן רק 4 תפוחים בין 3 אנשים, אז אחת לא נתקן אלא אם כן התפוחים שונים האלן מוכתק.

2) אה המשמעות של  $x$  ב- " $x^2 - 5x + 6 = 0$ "?

• בהי"ס היופותרים פאלור כמו  $\square + 7 = 16$  ואז הבהים

היא מעין חור שצריך למלא.

•  $x^2 - 5x + 6 = 0$  :  $x \in \mathbb{R}$  כיון זה מעין מסמך. זה מה

שמתאר את העצמים בקבוצה.

• משוואה זה כי נוח לתיאור סיפורי. פהיא אלקרה הייתה יתר

סיפורי. למשל המשוואה  $x + 7 = 16$  הייתה איתור ע"י

"איזה עצם שנוסף או 7 נקבל של 2". אפשר כמובן

לתיאר זה עם משוואה בצורה סיפורי, אלא לה יהיה סיפור

ארוך. התיאור עם  $x$  מקצר את הסיפור! משוואה לה סיפור.

• אם אסתמים על משוואה נתתי עם  $x$  ותיאורית חור

שצריך למלא אותו. למשל אם הייתה לנו תכניה מחשב  $\mathbb{Q} \in$

שפתור. משוואה ריבועית אז לא היה לה שום צורך בה

היא הייתה רק מקדמה או המקדמים של המשוואה. אולי  $x$

נמצא המשוואה רק בעזרת הליה פסיכולוגיה של הבן-אדם.

• אם יש המשוואה היא עם עם עם הנחלים הם עם חושבים

בעזרת אקטיוויה על העצם משוואה ואמצעים אנוני את העצם

נחלים.

$x$  רחוקותנו אנשים או ערשו תופים זראשנם בספר של דקארט

והיא השמאלת בו האופן חופשי הם ההקבלים שצבענו עליהם.



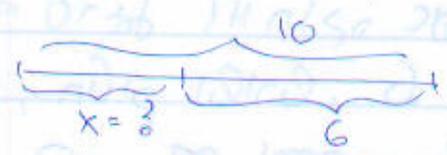


ש"ל - המודל הקלאסי של המדינה

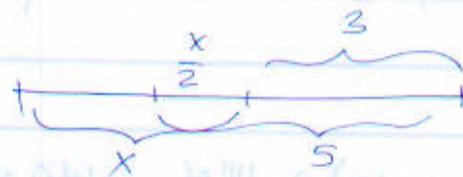
מה ההבדל בין המשאלה?

אבחנתנו הן כולן שקולות אבל כבר איתנו שלבים משולבים  
 15 פשוט הייתה ציבור מספר סיפורי אבל אחר המשאלה  
 נראה מספר סיפורי שלום. במקרה זה שלמה וצ'לסיה  
 האלל המשאלה הן יסגנו, יאומצי הן פשוט אדברות על  
 קטעים:

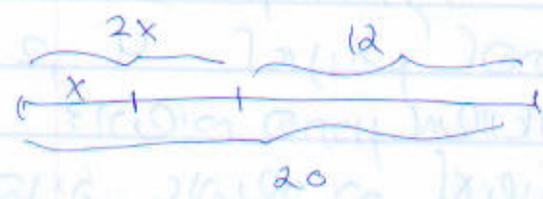
$$x + 6 = 10$$



$$\frac{x}{2} + 3 = 5$$



$$2x + 12 = 20$$



אמפיריה

תראו מתננין: אמצטו בעיה לעפתרון שלה הוא

מה ההבדל בין אריתמטיקה לבאמטריה  
 נראה כאלו במחלק ההיסטוריה האריתמטיקה והבאמטריה  
 לא הסתדרו בחד. אך המאה ה-17 שלטה לבאמטריה  
 ואז התחילו לעבור לחשיבה אריתמטית. היום הבאמטריה  
 פחות חשובה. בעי היא ה"גה הבסיס לבאמטריה.  
 כיום הבאמטריה לא נותרת בסיס. החשיבה האמפירית  
 הרבה יותר מאימה לבאמטריה אופשטת מאשר  
 באמטריה.

יש לירות מאוזן לצדו בין אמטריקאים שנים זרים  
 החשיבות של באמטריה מאז האריתמטיקה.  
 אבל פשוט יש אנשים שונים עם קורות חשיבה שונים!



4/7/04

שאלה:  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$   $f(n) = \begin{cases} A & n=0 \\ f(n-1) & n>0 \end{cases}$   $A \in \text{Range}(f)$   $A \in \mathbb{N}$   $f: \mathbb{N} \rightarrow 2^{\mathbb{N}}$   $f$   $|N| \neq |2^{\mathbb{N}}|$   $|N| = |2^{\mathbb{N}}|$

(א) נתון  $f: \mathbb{N} \rightarrow 2^{\mathbb{N}}$  ונניח  $A \in \mathbb{N}$  ו-  $A \in \text{Range}(f)$   $f(n) = \begin{cases} A & n=0 \\ f(n-1) & n>0 \end{cases}$   $|N| \neq |2^{\mathbb{N}}|$   $|N| = |2^{\mathbb{N}}|$

מה הנקודה? העוצמה זה משלבו של תלוי בהגדרה! יש הרבה מאמרים שבנייה בהם גורגו לבהן השלים תמוז ג'צול אולקו. למה ההגדרה בתרבות לא מנעינית? היא עובדת כמו ההגדרה של קנטור מתקרה של קטוצוג טפיוה אהם צבור קבוצה אינסופיות יש רק עוצמה אחת - כל האינסופים להיותם רדגה יש איכו הסמטריה הומטטיק איש שההגדרה של קנטור רטו אמה, אהם זה לא שהיא איכו אמה אוניברסלי אוניקטיות.

(ב) ג'צול ג'ורה של צבר שאנתנו יורלים להג'צול נותן לק'צצ

הג'צול מספר - המספר הזה וקרא מספר יח'ם. וניח  $f$  פונקציה חקיקה והק'צצ שלה רטו  $g$ . השאלה: האם  $x \in \text{Dom}(g)$  ? פתכנו לשאלה הוא פונקציה שלקבלת  $g$  ואחרת איש  $x \in \text{Dom}(f)$  או לא. אנתנו רוצים פונקציה  $f$  יק ש-

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{איש תכונה ג'צול} \\ 0 & \text{אחרת} \end{cases}$$

נניח ש-  $f$  כלשה ק"מח. אכ ג'צול  $g(x) = \begin{cases} 1 & f(x)=0 \\ \uparrow & \text{אחרת} \end{cases}$   $x \in \text{Dom}(g)$   $g(x)$  רטו מתקבלת סתירה. אם  $x \in \text{Dom}(g)$   $g(x) = 1$  אכ  $x \notin \text{Dom}(g)$  ואם  $x \notin \text{Dom}(g)$   $g(x) = \uparrow$  אכ  $x \in \text{Dom}(g)$  אכ אכ סתירה.  $\Leftarrow$  אכ ק"מח  $f$  נ"ם  $\Leftarrow$  להג'צול אין פיתרון!

אמר

בזמן האזיקה הייתה מופרזת מהמתמטיקה בעתיד שלם והמתמטיקה  
זכה ממדע שמדבר ע"י תנאים אמר שמדבר ע"י שיטות ולזיקה  
מאוד הראויה לזה וזכה נכנסה פנימה.

באמצע המאה ה-19 באו גורל בול והיו זקנה אוליברה לפיתח  
אליברה של לזיקה - אליברה בוליאנית. הוא האמין ששיטה  
החשיבה האנושית - הבושיטה איתו. אבל זה בטל לא שכן. רוב  
אני האדם דונקא וא תולעים ככה. הנחה היסוד, האמונה הפרטית  
שאלו הן אדם הן מולדתו של אינטואיציה ואקסיומות של אחר  
קנה אצמו. אנשים מהפחיים בין תחושות לחשיבה לזיקה.

המתמטיקה של מושגים מסוימים: מושגים מתמטיים  
פנימיים (אמשל שזה) מושגים שמטרתם לתת בסיס  
פונדמנטלי לאינטואיציה (אמשל שיוון)  
מושגים האמת הוא אינטואיציה וכל המון היה קיים. רשעו  
פונדמנטלי המאה ה-20 המושג הזה עמד במרכז הדיון -  
איך הפכנים אתו אמש' הפורמליזם הפסול לאבד את  
המשמעות האינטואיציונית שלו.

אולי הדבר עדיין לא מתמטי? יש הרבה דברים במתמטיקה שבלכתו  
הצורה לא חוקית. אמשל אויזר הוכיח ש-  $\sum \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$  הצורה מולדה ממשו  
ואז הוא הפך את זה בצורה ידנית בדיוק של 30 מקומות אחרי הנקודה  
אפילו שמשאו הוכיח את זה אמש' לא היה ספק שלה שכן.  
באופן מסויים לא אמש' אפריה

המשבר הגדול של המתמטיקה היה בפרכטיקס של ראסל.

11/7/04  
הוספה  
הערה

לב

(ב)

אך אפשר להראות סכום של סדרה אינסופית -  
 של קבוצה  $1 - 1 + 1 - \dots = \frac{1}{2}$   
 נגזר  $S = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_1 + \dots + S_n}{n}$  הממוצע של הסכומים  
 הוחלקים. נשים לב שהמקרה של סדר מתכנס  
 ממונים שלן הסדר מתכנסים עם הגדלה הלא.

דוג דוגמה אחרת

(I)  $1 + 2 + 3 + \dots + n + \dots$

(II)  $2 + 4 + 6 + \dots + 2n + \dots$

אזנה סדר אחר יותר? שני גישות שונה

- סכום חלקי של (II) גדול מסכום חלקי של (I)

$(II) > (I)$   $\nabla$

- אחריו סדר (II) הם חלק קבוצה של סדר (I)

$(I) > (II)$   $\nabla$

אז יש אנטי-ציון שונה ואנטי-ציון שונה אחרת -  
 על-דבר שונה

(ג)

אם יותר בסיס - מספרים או קבוצה?  
 מספרים אפשר להראות תוצרת קבוצה - אבל לא זהב  
 יש שני הגדרות מקבילות של מספרים

Zermelo

von Neumann

$0 = \emptyset$

$0 = \emptyset$

$A' = \{A\}$

$A' = A \cup \{A\}$

פסחים אפסים על אפסים כפסחים (אם  $5=2+3$ )  
 ופסחים אפסים על אפסים ושאר תוצר (אם לא)  
 מקבוצה X יש 3 איברים.  
 נסתכל אם לא סדרים. סדר (קראו סדר) אבל שרש

סרטיה הגדול של סרטים - אלה זרשיו יש להם הרבה  
סכנו לאור שנה שנים באמצעות אשמו סרט.  
אז מה יותר בסיסי - סרט בתור עלילה או סרט  
מתוך הדבר הרביעי שהיא שמור עליו. אז מצד אחד,  
אנחנו אומרים שברור שהעלילה זה מה שמשוב. אלה גב  
שני, אמרתי היה על מה למחור סרט אז לא היה סרט.  
נכה לה עם המספרים - אפשר כפי שאנחנו תושבים עליו  
הוא נתקן ואולי קבוצה להבטחם שללו בנויים  
המספרים.

שני הנושאים שפירתי עליהם אחת מהאיים לאושם  
של אמר מתמטי. אלה יש מיניהם הבצל אהותי.  
העניין הקבוצה והמספרים זה לא ממש חשוב מההאמר  
מסופו של דבר יש מספרים וכל מספר. אבל בעניין  
הסכום של הסך זה ממש קרוב. מה האמר כי יש לה  
אוצר במציאות והשלמה על חישובים קונקרטיים.

החושבים המתמטיים ויניהם לתקנה אסר לשגי קבוצות  
אושם פנים מתמטיים (כמו תבונה) ומשלים  
שמים מתמטיים אחרים (כמו שוויון או אחר).  
אחבר שיש הרבה בעיה עם החושבים האינסופיים.

פרדוקסים -

יש להיזהר יש פרדוקסים רחלי בימות פרדוקטים  
עמיל פרדוקסים הספר : יש דבר ויש בו ספר שמספר  
הציק אר אומם אנשם ללא מספרים אר עצמים.  
פרדוקסים זה יש פיתרון : לא קיים ספר כזה.

וזה שנים אחרים השקנו :  $L_1 : L_1 \text{ is false}$

(סיווג - בערך אה הפרדקס :

צ'יב, להם self reference . אדנה לא אמר, טוב כי אמר, נסתר על המידה הם :

1) א' אמר ביום שני :

ב' אה ש-ב' יאידים שלישי אמר -

2) ג' אמר ביום שלישי : שום דבר מהה שומר א'

ביום שני אמר (בוא הב לפר)

3) ד' אמר ביום שלישי : שום דבר מהה שומר א'

ביום שני אמר (בואי הב לפר)

ברור שהמשפט של א' והמשפט של ב' וצ' הם סתירה

אדג' אומר בדיוק אותו דבר כמו ב' אלא אין של

סתירה. איך זה יכול להיות? אב' אמר ביום שלישי

יש הקשר וזה משפיע על המשמעות :

הצ'יה הקצרה נכון היא לא self reference אלא יש

אמירה!

א' (א) self reference (צ'יב) להם ידעה צ'יב

משמעות במתמטיקה - להם א' משפט זה

אשר לזה ש-  $L_1$  (היא לא אמר) לא לקר. בואו

$L_1$  neither true nor false.

התנ"ן היא המשפטים צ'יבם דבריו אמרסיה על אלו

שאינו אמר. אינו על אולם האמ. להם הנה

1) (4) is true

2) (1) is true

3) true or 0

4) it is taming . אה אה (אוסף) היא לא אמרסיה

אמרסיה ואשר ידבר על זרק אמר -

התנ"ן היא שיש בזה gap . יש אמר, יש לקר ויש gap

אם  $L_1$  איז אמת (אין אמת) אז  $L_2$  איז אמת  
 $L_1 : L_2$  is not true      אם  $L_1$  איז אמת  
 אז  $L_2$  איז אמת

אמת  $L_1$  :  $L_2$

(\*) If this proposition is true  
 then you are whatever you want.

אמת (אמת) -  $L_1$  איז אמת

אמת  $L_1$  איז אמת  $L_2$  איז אמת  
 אמת  $L_1$  איז אמת  $L_2$  איז אמת

אמת  $L_1$  איז אמת  $L_2$  איז אמת  
 אמת  $L_1$  איז אמת  $L_2$  איז אמת  
 אמת  $L_1$  איז אמת  $L_2$  איז אמת

2